

Agnieszka Rossa

# Podstawy demometrii



# **Podstawy demometrii**



WYDAWNICTWO  
UNIWERSYTETU  
ŁÓDZKIEGO

**Agnieszka Rossa**

# **Podstawy demometrii**



**WYDAWNICTWO  
UNIwersytetu  
ŁÓDZKIEGO**

Łódź 2019

Agnieszka Rossa – Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny  
Katedra Demografii, 90-214 Łódź, ul. Rewolucji 1905 roku nr 41/43

RECENZENT

*Andrzej Ochocki*

REDAKTOR INICJUJĄCY

*Iwona Gos*

KOREKTA JĘZYKOWA

*Paweł M. Sobczak*

SKŁAD I ŁAMANIE

*Agnieszka Rossa*

KOREKTA TECHNICZNA

*Leonora Gralka*

PROJEKT OKŁADKI

*Katarzyna Turkowska*

Zdjęcie wykorzystane na okładce: © Depositphotos.com/lamnee

Wydrukowano z gotowych materiałów dostarczonych do Wydawnictwa UŁ

© Copyright by Agnieszka Rossa, Łódź 2019

© Copyright for this edition by Uniwersytet Łódzki, Łódź 2019

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

Wydanie I. W.07706.16.0.S

Ark. druk. 9,375

ISBN 978-83-8142-374-8

e-ISBN 978-83-8142-375-5

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

90-131 Łódź, ul. Lindleya 8

www.wydawnictwo.uni.lodz.pl

e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl

tel. (42) 665 58 63

# Spis treści

|   |    |
|---|----|
| <b>Przedmowa</b> . . . . .  | 7  |
| <b>Rozdział 1. ISTOTA I PRZEDMIOT DEMOGRAFII</b> . . . . .  | 9  |
| 1.1. Podstawowe definicje i pojęcia . . . . .   | 9  |
| 1.2. Główne nurty demografii . . . . .  | 10 |
| 1.3. Interdyscyplinarny charakter demografii . . . . .  | 10 |
| 1.4. Źródła informacji w demografii . . . . .   | 11 |
| 1.5. Pojęcie przestrzeni i czasu . . . . .  | 12 |
| 1.6. Pojęcie czasu ekspozycji i osobolet życia . . . . .  | 13 |
| 1.7. Siatki demograficzne . . . . .   | 13 |
| Ćwiczenie . . . . .   | 20 |
| <b>Rozdział 2. WSPÓLCZYNNIKI DEMOGRAFICZNE</b> . . . . .  | 21 |
| 2.1. Wprowadzenie . . . . .   | 21 |
| 2.2. Podział współczynników demograficznych . . . . .   | 21 |
| 2.3. Współczynniki kohortowe . . . . .  | 23 |
| 2.4. Współczynniki przekrojowo-kohortowe . . . . .  | 26 |
| 2.5. Współczynniki przekrojowe . . . . .  | 29 |
| 2.6. Wybrane współczynniki demograficzne . . . . .  | 31 |
| 2.6.1. Ogólny współczynnik urodzeń (rodności) . . . . .   | 31 |
| 2.6.2. Ogólny współczynnik płodności . . . . .  | 32 |
| 2.6.3. Ogólny współczynnik zgonów . . . . .   | 32 |
| 2.6.4. Współczynnik przyrostu naturalnego . . . . .   | 33 |
| 2.6.5. Częstkowe współczynniki płodności . . . . .  | 33 |
| 2.6.6. Częstkowe współczynniki zgonów . . . . .   | 34 |
| 2.7. Przykłady . . . . .  | 35 |
| 2.8. Prawdopodobieństwa zdarzeń demograficznych – ujęcie<br>kohortowe i kohortowo-przekrojowe . . . . . | 49 |
| 2.9. Związek współczynników demograficznych i prawdopodobieństw<br>zdarzeń . . . . .                    | 53 |
| 2.10. Standaryzacja i dekompozycja współczynników demograficznych<br>. . . . .                          | 56 |
| Ćwiczenia . . . . .   | 65 |

|   |     |
|---|-----|
| <b>Rozdział 3. TABLICE TRWANIA ŻYCIA</b> . . . . .                                | 69  |
| 3.1. Wprowadzenie . . . . .   | 69  |
| 3.2. Podstawowe charakterystyki TTŻ . . . . .                                     | 69  |
| 3.3. Tablica kohortowa . . . . .  | 72  |
| 3.4. Tablica przekrojowa . . . . .  | 76  |
| 3.5. Strategie wyboru współczynników ${}_n a_x$ . . . . .                         | 83  |
| 3.5.1. Model interpolacji liniowej . . . . .                                      | 84  |
| 3.5.2. Model interpolacji wykładniczej . . . . .                                  | 85  |
| 3.6. TTŻ w analizie czasu trwania zjawisk . . . . .                               | 90  |
| 3.7. Koncepcja populacji stacjonarnej . . . . .                                   | 91  |
| Ćwiczenia . . . . .   | 95  |
| <b>Rozdział 4. ROZKŁADY CZASU TRWANIA ŻYCIA</b> . . . . .                         | 101 |
| 4.1. Wprowadzenie . . . . .   | 101 |
| 4.2. Niektóre charakterystyki funkcyjne i liczbowe . . . . .                      | 101 |
| 4.3. Intensywność zgonów a współczynnik zgonów . . . . .                          | 106 |
| 4.4. Relacja między ${}_y q_x$ a prawdopodobieństwami tablicowymi $q_x$ . . . . . | 107 |
| 4.5. Prawa umieralności – ujęcie historyczne . . . . .                            | 110 |
| Ćwiczenia . . . . .   | 112 |
| <b>Rozdział 5. REPRODUKCJA LUDNOŚCI</b> . . . . .                                 | 113 |
| 5.1. Wprowadzenie . . . . .   | 113 |
| 5.2. Wskaźnik dynamiki demograficznej . . . . .                                   | 114 |
| 5.3. Współczynniki reprodukcji netto i brutto . . . . .                           | 114 |
| 5.4. Współczynnik dzietności . . . . .  | 119 |
| Ćwiczenie . . . . .   | 121 |
| <b>Rozdział 6. WZROST LICZEBNY POPULACJI</b> . . . . .                            | 123 |
| 6.1. Wprowadzenie . . . . .   | 123 |
| 6.2. Równanie bilansowe . . . . .   | 123 |
| 6.3. Intensywność wzrostu populacji . . . . .                                     | 127 |
| 6.3.1. Roczna stopa wzrostu – przypadki szczególne . . . . .                      | 129 |
| 6.3.2. Liczba osobolat życia . . . . .  | 133 |
| 6.4. Intensywność urodzeń, płodności, zgonów i migracji . . . . .                 | 134 |
| 6.5. Model Lotki ludności ustabilizowanej . . . . .                               | 136 |
| 6.5.1. Struktura ludności w modelu Lotki . . . . .                                | 139 |
| 6.5.2. Integralne równanie reprodukcji ludności . . . . .                         | 139 |
| 6.5.3. Oczekiwana długość generacji . . . . .                                     | 141 |
| 6.5.4. Wyznaczanie współczynnika przyrostu naturalnego . . . . .                  | 142 |
| 6.5.5. Intensywność wzrostu a intensywność urodzeń, zgonów . . . . .              | 144 |
| 6.5.6. Średnie trwanie życia a średni wiek w chwili zgonu . . . . .               | 145 |
| Ćwiczenia . . . . .   | 147 |
| <b>Bibliografia</b> . . . . .   | 149 |

# Przedmowa

Niniejsza książka zawiera omówienie podstawowych metod i modeli z zakresu demografii matematycznej, zwanej w skrócie demometrią.

Celem autorki było przybliżenie w możliwie przystępny i wizualnie czytelny sposób metod i narzędzi analizy demograficznej, poprzez zilustrowanie ich licznymi przykładami oraz zadaniami do samodzielnego rozwiązania. W opracowaniu pominięto elementy demografii opisowej, której głównym zadaniem jest opis liczbowy wielkości i struktur rzeczywistych zbiorowości ludzkich wraz zachodzącymi w nich procesami demograficznymi.

Materiał podzielony został na sześć rozdziałów. W rozdziale 1 przybliżone zostały istota i przedmiot demografii, jak również definicje podstawowych pojęć. Rozdział 2 zawiera omówienie ogólnych zasad konstrukcji współczynników demograficznych opartych na koncepcji siatki Lexisa. Rozdział 3 prezentuje podstawowe modele dyskretne stosowane w demografii, czyli tablice trwania życia, zwane także tablicami wymieralności. Alternatywą dla tego ujęcia są tzw. modele z czasem ciągłym. Niektóre z nich zostały przedstawione w rozdziale 4. Kolejny rozdział porusza podstawowe zagadnienia dotyczące reprodukcji ludności, natomiast rozdział ostatni kontynuuje tę tematykę w zakresie modeli wzrostu, w tym także modelu Lotki ludności ustabilizowanej.

Autorka pragnie podziękować Recenzentowi książki, Profesorowi Andrzejowi Ochockiemu, za cenne uwagi i sugestie, które pomogły poprawić, uzupełnić i uszczegółwić zagadnienia prezentowane w książce.



## Rozdział 1

# ISTOTA I PRZEDMIOT DEMOGRAFII

### 1.1. Podstawowe definicje i pojęcia

**Demografia** jest nauką o prawidłowościach rządzących rozwojem populacji, z uwzględnieniem konkretnych warunków społecznych i gospodarczych w danym okresie i na danym terytorium [Okólski 2004, Holzer 2006, Kędelski, Paradysz 2006].

Kluczowym w tej definicji jest pojęcie **populacji**. Określenie to powstało w XVI wieku, a jego rozumienie zmieniało się na przestrzeni lat i ma obecnie wiele znaczeń (np. populacja ludzi, firm, zwierząt). W demografii przez to pojęcie rozumieć będziemy populację ludzką, scharakteryzowaną pod względem:

- **podmiotowym** – zdefiniowanie jednostek wchodzących w skład badanej populacji, np. osoby lub grupy osób (gospodarstwa domowe, małżeństwa, rodziny, kohorty itp.) spełniające ustalone kryteria (społeczne, ekonomiczne, polityczne, etniczne),
- **przestrzennym** – ustalenie geograficznego umiejscowienia populacji,
- **czasowym** – określenie momentu lub okresu, w którym żyją jednostki populacji lub występują interesujące nas zdarzenia demograficzne.

**Przedmiot** badań demograficznych obejmuje stan i strukturę populacji wg cech społeczno-ekonomicznych, dynamikę zmian populacji, w tym zdarzenia i procesy demograficzne, ich zróżnicowanie, a także społeczno-ekonomiczne uwarunkowania i konsekwencje tych procesów.

Przez **procesy demograficzne** rozumieć będziemy zjawiska zachodzące w populacji, kształtowane przez natężenie i rozkład w czasie (kalendarz) **zdarzeń demograficznych**, do których należą przede wszystkim urodzenia, zgony, migracje oraz zmiany stanu cywilnego.

Obserwacji i analizie podlegają w szczególności:

- **zmienna zasobu**, tj. wielkość populacji w ustalonym momencie lub momentach czasu,
- **zmienne strumienia**, tj. liczby zdarzeń demograficznych zrealizowanych w danym przedziale czasu, wpływających na zmiany w wielkości i strukturze populacji,
- **struktura populacji wg cech społeczno-ekonomicznych**, takich jak wiek, płeć, stan cywilny, wykształcenie, zawód,
- **struktura populacji wg cech geograficznych**, np. miejsca urodzenia, zamieszkania, pracy,
- **uwarunkowania i konsekwencje** społeczno-ekonomiczne procesów demograficznych.

## 1.2. Główne nurty demografii

Wyróżnić można następujące główne nurty demografii:

**Demografia ogólna** – zajmująca się teoretycznymi rozważaniami na temat prawidłowości rządzących rozwojem populacji, a także zagadnieniami związanymi z opisem i pomiarem zjawisk demograficznych.

**Demografia opisowa** – zajmująca się opisem liczbowym wielkości i struktur zbiorowości, a także zdarzeń i procesów demograficznych, z wykorzystaniem zarówno liczb bezwzględnych, jak i stosunkowych, np. wyrażonych za pomocą prawdopodobieństw określonych zdarzeń lub współczynników demograficznych.

**Demografia matematyczna (demometria)** – zajmująca się metodami pomiaru i opisu prawidłowości rządzących zbiorowościami i procesami demograficznymi oraz metodami ich modelowania i predykcji z wykorzystaniem aparatu matematyczno-statystycznego.

Poza tym podziałem istnieje też szereg specjalności szczegółowych, np. demografia społeczna, ekonomiczna, historyczna czy potencjalna.

## 1.3. Interdyscyplinarny charakter demografii

Obszary badawcze demografii zazębiają się z wielu innymi dyscyplinami, dla których sferą zainteresowań są populacje ludzkie.

Zagadnienia analizowane w ramach tych dyscyplin są często zbieżne z przedmiotem badań demograficznych. Do nich należą m.in.:

ekonomia – w zakresie badań dotyczących popytu, potencjału siły roboczej, uwarunkowań rozwoju systemów ekonomicznych,

socjologia – w obszarze badań nad rozwojem społeczeństw, zasadami formowania się rodzin, uwarunkowań rozwoju systemów społecznych,

geografia – w analizach nad migracjami i terytorialnym rozmieszczeniem ludności,

psychologia – w zakresie badań dotyczących postaw i zachowań ludzkich,

epidemiologia i nauki medyczne – w analizach śmiertelności, rozpowszechniania chorób, czynników wpływających na stan zdrowia i czas życia w zdrowiu.

## 1.4. Źródła informacji w demografii

Badania demograficzne opierają się na danych statystycznych dotyczących ludności, dlatego z demografią wiąże się tzw. **statystyka publiczna**.

W Polsce dane na temat stanu i struktury ludności w różnych przekrojach terytorialnych i czasowych są gromadzone i publikowane przez Główny Urząd Statystyczny (GUS) oraz wojewódzkie urzędy statystyczne. Bazy i rejestry tematyczne prowadzą także inne urzędy i organy administracji państwowej. Z punktu widzenia źródeł informacji, wyróżniamy (por. [Kurkiewicz (red.) 2010], s. 31–40):

- **powszechne spisy ludności** – badanie całkowite przeprowadzane mniej więcej co 10 lat (tj. w latach zakończonych na zero lub im bliskich),
- **rejestracja bieżąca** – rejestracja urodzeń, zgonów, zmian stanu cywilnego lub miejsca zamieszkania, prowadzona przez urzędy ewidencji ludności czy urzędy stanu cywilnego,
- **badania reprezentacyjne** – badania przeprowadzane w losowych próbach jednostek (osób, rodzin, gospodarstw domowych) i organizowane na użytek konkretnych celów. Przykładem jest Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL) prowadzone przez GUS w losowej próbie gospodarstw domowych.

## 1.5. Pojęcie przestrzeni i czasu

**Przestrzeń** jest rozumiana w demografii nie tylko w kategoriach regionów geograficznych, ale również stanów i warstw społecznych. Przemieszczanie się osób pomiędzy regionami nazywane jest **mobilnością poziomą**, natomiast przemieszczanie się w obrębie warstw społecznych – **mobilnością pionową**.

Dalej stosować będziemy następujące pojęcia **czasu**:

1. **Czas własny** jednostek należących do kohort, generacji lub zbiorowości jednocześnie żyjących w danym czasie i na danym terytorium.

W przypadku osób indywidualnych czas własny zwykle utożsamia się z wiekiem, choć może być on rozumiany także np. jako czas pozostawania w wieku prokreacyjnym w przypadku kobiet, czas trwania związku w przypadku małżeństw, czas edukacji młodzieży szkolnej itp.

2. **Czas historyczny (kalendarzowy)**, w którym jest umiejscowiona dana kohorta, generacja lub zbiorowość ogółu żyjących na danym terytorium.

Bardziej szczegółowego wyjaśnienia wymagają użyte w tej klasyfikacji określenia: kohorta, generacja i zbiorowość ogółu żyjących.

**Kohorta** to zbiorowość jednostek wyodrębniona na podstawie zdarzeń demograficznych ustalonego typu, które wystąpiły w zadanym okresie, np. dniu, miesiącu, kwartale, roku lub innym przedziale czasu i były doświadczeniem każdego z członków tej zbiorowości. Mówimy wtedy o kohortach dziennych, miesięcznych, kwartalnych, rocznych itp.

Kohortę mogą tworzyć np. małżeństwa zawarte w danym roku kalendarzowym, kobiety rodzące w tym samym dniu, dzieci rozpoczynające naukę w ustalonym roku szkolnym, absolwenci podejmujący pierwszą pracę w określonym miesiącu itp.

Szczególny przypadek stanowi **kohorta urodzeniowa**, którą tworzą osoby urodzone w tym samym okresie kalendarzowym. Gdy rozważanym okresem jest rok, wówczas taką kohortę nazywać będziemy **generacją**.

**Zbiorowość ogółu żyjących** tworzą jednostki z różnych generacji żyjących jednocześnie w danym czasie. Prawidłowości zaobserwowane w takiej zbiorowości odnosi się niekiedy do tzw. **kohorty hipotetycz-**

nej, o której zakłada się, że intensywność (natężenie) określonych zdarzeń demograficznych jest zgodna z natężeniem zdarzeń odnotowanym w badanym okresie we wszystkich generacjach wchodzących w skład tej zbiorowości.

## 1.6. Pojęcie czasu ekspozycji i osobolat życia

W analizie demograficznej ważną rolę pełni pojęcie **czasu ekspozycji** (*person-years of exposure*). Rozumie się go jako czas, przez który dana jednostka jest narażona na ryzyko wystąpienia określonego zdarzenia demograficznego. Suma czasów ekspozycji dla wszystkich jednostek zbiorowości będzie nazywana dalej łącznym czasem ekspozycji.

Przykładowo, kobieta wchodząca w wiek rozrodczy ma szansę urodzenia dziecka. Mówimy wówczas, że podlega „ryzyku” doświadczenia tego zdarzenia demograficznego, a ekspozycja na ryzyko rozpoczyna się w momencie osiągnięcia wieku prokreacyjnego. W przypadku innego zdarzenia, jakim jest np. zgon, na ryzyko narażone są wszystkie jednostki zbiorowości, a czas ekspozycji mierzony jest od momentu urodzenia się poszczególnych osób.

Czas ekspozycji zastępowany jest w niektórych przypadkach pojęciem **osobolat życia** (*person-years lived*). Pojęcia tego używać będziemy w sytuacji, gdy nie wszystkie jednostki zbiorowości narażone są na ryzyko wystąpienia danego zdarzenia [Preston et al. 2001].

## 1.7. Siatki demograficzne

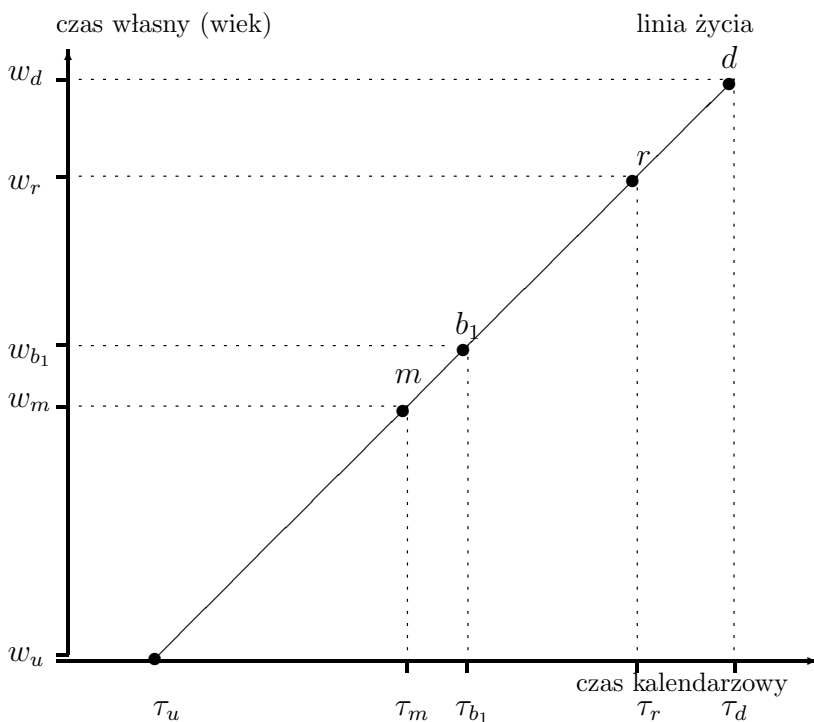
Częstą praktyką prezentacji kohort czy generacji jest umiejscowienie ich w dwuwymiarowym układzie współrzędnych, w którym oś pionowa reprezentuje czas własny kohorty (generacji), a oś pozioma – czas kalendarzowy. Taki rodzaj prezentacji nazywamy **siatką demograficzną**. Począwszy od lat 60. XX wieku, bardzo popularny stał się jej francuski wariant, będący modyfikacją tradycyjnej siatki zaproponowanej przez W. Lexisa w 1875 roku.

W rozważaniach i analizach opartych na siatkach demograficznych będziemy zakładać dalej, że mamy do czynienia z kohortami (generacjami), w których przyrost lub ubytek liczebny spowodowany jest ruchem naturalnym (urodzenia, zgony), natomiast nie występuje ruch

wędrowski (odpływ lub napływ migracyjny). Tego rodzaju zbiorowości nazywamy **zamkniętymi**.

**Przykład 1.** Przedstawimy graficzną prezentację losów pewnej kobiety w postaci tzw. **linii życia**, wykreślonej na rysunku 1 za pomocą linii prostej, nachylonej pod kątem  $45^\circ$  do osi poziomej.

Założmy, że dysponujemy danymi na temat momentów czasowych wystąpienia następujących zdarzeń, będących udziałem tej kobiety:  $u$  – narodziny,  $m$  – zawarcie małżeństwa,  $b_i$  – urodzenie  $i$ -tego dziecka,  $r$  – rozpad małżeństwa (tj. rozwód lub śmierć małżonka),  $d$  – śmierć.



Rysunek 1. Przykładowa linia życia w układzie współrzędnych

Obok linii życia, na rysunku 1 zaznaczono umiejscowienie w czasie własnym i kalendarzowym poszczególnych zdarzeń w dwuwymiarowym układzie współrzędnych.

Współrzędne na osi pionowej reprezentują wiek kobiety w chwili wystąpienia poszczególnych zdarzeń, natomiast współrzędne na osi poziomej – momenty kalendarzowe tych zdarzeń. Współrzędne te oznaczone zostały symbolami odpowiednio: