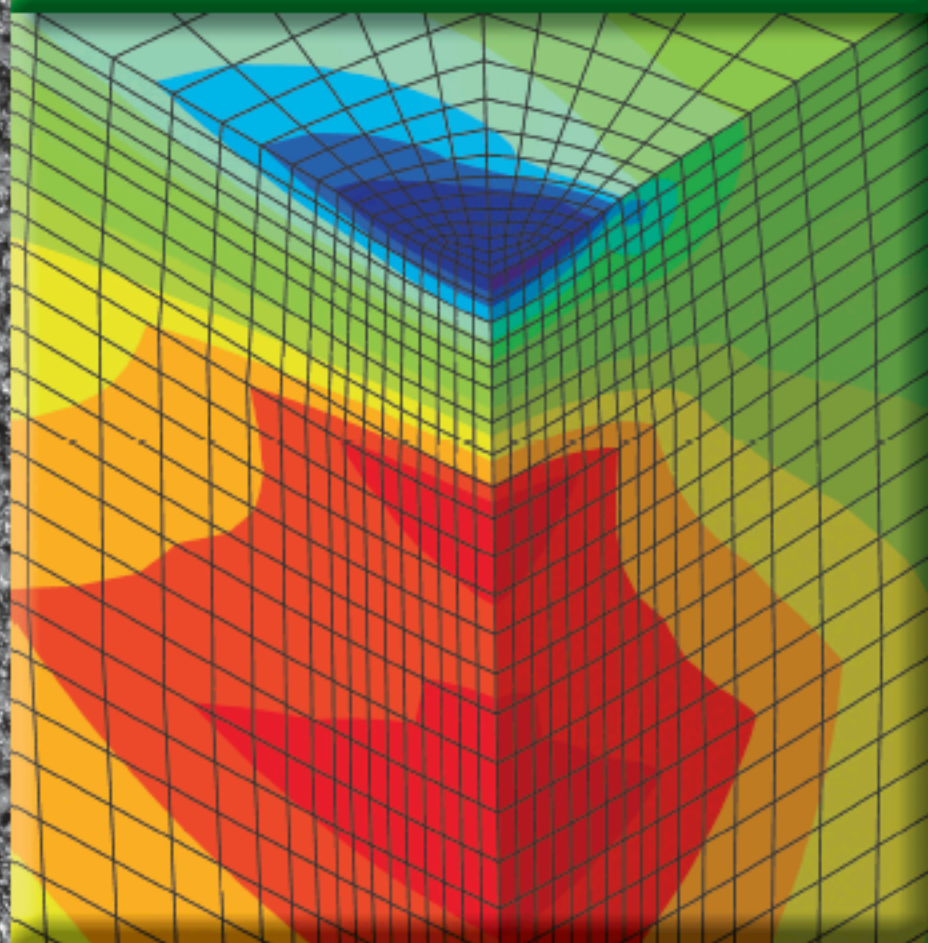


Redakcja naukowa
Roman Nagórski

MECHANIKA NAWIERZCHNI DROGOWYCH W ZARYSIE



 PWN

**MECHANIKA
NAWIERZCHNI
DROGOWYCH
W ZARYSIE**

Autor i redaktor naukowy:

Roman Nagórski

Współautorzy podrozdziałów:

Krzysztof Błazejowski – 5.2.6, 10.2.3

Wojciech Gilewski – 10.3.2, D.1–D.7

Katarzyna Marczuk – 10.2.3

Magdalena Nagórska – 5.2.2–5.2.6, 7.4, 10.2.2, 10.3.1

Marta Sitek – 10.3.2

Paulina Stawarz – 6.4

Piotr Wiśniakowski – 5.2.2–5.2.6, 7.4, 10.2.4

**MECHANIKA
NAWIERZCHNI
DROGOWYCH
W ZARYSIE**

Projekt okładki i stron tytułowych **Przemysław Spiechowski**

Ilustracja na okładce **bahri altay/Shutterstock**

Recenzent **prof. dr hab. inż. Mirosław Graczyk**

Wydawca **Izabela Ewa Mika**

Redaktor **Agnieszka Grabarczyk**

Produkcja **Mariola Grzywacka**

Łamanie **Ewa Szelatyńska, Scan-System**

Wydanie publikacji zostało dofinansowane przez Wydział Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej.

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo.
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2014

ISBN: 978-83-01-17467-5

Wydanie pierwsze

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
infolinia 801 33 33 88
tel. 22 69 54 321; faks 22 69 54 288
e-mail: pwn@pwn.com.pl, www.pwn.pl

Druk i oprawa: Białostockie Zakłady Graficzne SA

Spis treści

Przedmowa	IX
Oznaczenia	X
1. Wprowadzenie	1
2. Model geometryczny i parametryzacja nawierzchni drogowej	4
3. Deformacja i ruch nawierzchni drogowej – stan przemieszczenia i odkształcenia	13
3.1. Deformacja nawierzchni drogowej	13
3.2. Stan przemieszczenia nawierzchni drogowej	16
3.3. Stan odkształcenia nawierzchni drogowej	20
3.4. Kinematyka nawierzchni drogowej	30
4. Siły zewnętrzne i wewnętrzne działające na nawierzchnię drogową ...	37
4.1. Charakterystyka i klasyfikacja ogólna sił	37
4.2. Stan naprężenia w nawierzchni drogowej	49
4.3. Siły bezwładności w nawierzchni drogowej	54
4.4. Równania ruchu i naprężeniowe warunki brzegowe – równania równowagi	55
4.5. Zasada prac wirtualnych	62
4.6. Zasada zeszywnienia	65
5. Modele mechaniczne materiałów nawierzchni drogowych	68
5.1. Modele fenomenologiczne materiałów – charakterystyka ogólna	69
5.2. Modele fizyczne materiałów	74
5.2.1. Wprowadzenie	74
5.2.2. Materiał sprężysty – materiał liniowosprężysty Hooke’a, sprężysto- -kruchy i sztywno-sprężysty	81
5.2.3. Materiał lepki – materiał liniowolepki Newtona, lepko-kruchy i sztyw- -no-lepki	85

5.2.4.	Materiał lepkosprężysty – materiał Kelvina–Voigta	94
5.2.5.	Materiał sprężystolepki – materiał Maxwella	105
5.2.6.	Materiał Bürgersa	118
5.2.7.	Materiał plastyczny – deformacje plastyczne	149
5.2.8.	Materiał plastyczny – plastyczne płynięcie	156
5.2.9.	Inne materiały	159
5.3.	Relacje konstytutywne materiału w dowolnym stanie naprężenia i odkształcenia	163
5.3.1.	Uwagi wstępne	163
5.3.2.	Materiał Bürgersa – relacje konstytutywne elementów składowych i wynikowe równania konstytutywne	166
5.3.3.	Równania konstytutywne materiału liniowosprężystego	173
6.	Zjawiska termiczne w nawierzchni drogowej	176
6.1.	Charakterystyka ogólna zjawisk termicznych w nawierzchni drogowej	176
6.2.	Odształcenia termiczne	178
6.3.	Wpływ temperatury na właściwości mechaniczne materiałów drogowych ..	181
6.4.	Przepływ ciepła przez nawierzchnię drogową – rozkład temperatury	182
7.	Modele mechaniczne podłoża nawierzchni drogowej	202
7.1.	Modele podłoża nawierzchni – charakterystyka ogólna	203
7.2.	Modele powierzchniowe podłoża typu Winklera	204
7.2.1.	Podłoże klasyczne Winklera	205
7.2.2.	Podłoże wielokierunkowe Winklera	206
7.2.3.	Podłoże nieliniowe Winklera	206
7.2.4.	Podłoże sprężysto-lepko-plastyczne Winklera	207
7.2.5.	Podłoże inercyjne Winklera	207
7.2.6.	Podłoże jednostronne Winklera	208
7.3.	Modele powierzchniowe podłoża typu Kerre’a	208
7.3.1.	Uogólnione podłoża sprężyste Winklera	208
7.3.2.	Podłoże sprężyste Kerre’a	213
7.3.3.	Uogólnienia podłoża Kerre’a – układ warstw typu SBS	215
7.4.	Modele przestrzenne podłoża	216
7.4.1.	Półprzestrzeń sprężysta – zagadnienie Boussinesqua	216
7.4.2.	Warstwa lub półprzestrzeń sprężysta z efektami inercyjnymi i reologicznymi	219
7.4.3.	Podłoże wielofazowe – konsolidacja podłoża	241
7.4.4.	Podłoże ziarniste typu Kandaurowa	249
7.5.	Modele trójwymiarowe podłoża zredukowane do modeli dwuwymiarowych	251
7.5.1.	Podłoże Własowa	251
7.5.2.	Zastępcze podłoże Winklera	256

8. Modele obciążenia nawierzchni drogowej pojazdami	259
8.1. Modele obciążenia nawierzchni pojazdami – charakterystyka ogólna	259
8.2. Oddziaływanie opony koła pojazdu na nawierzchnię	260
8.3. Oddziaływanie koła i osi pojazdu na nawierzchnię	263
8.4. Oddziaływanie pojazdu na nawierzchnię – obciążenie ruchem drogowym ..	271
9. Modele mechaniczne konstrukcji nawierzchni drogowej	277
9.1. Modele matematyczno-fizyczne konstrukcji nawierzchni drogowych – cha- rakteryzacja ogólna	278
9.2. Modele przestrzenne konstrukcji nawierzchni drogowej	281
9.3. Modele powierzchniowe konstrukcji nawierzchni drogowej	298
9.3.1. Model Kirchhoffa	299
9.3.2. Model Hencky’ego–Mindlina	309
9.3.3. Model układu warstw	322
10. Rozwiązywanie zagadnień mechaniki nawierzchni drogowych – przy- kłady	334
10.1. Wprowadzenie	334
10.1.1. Zagadnienia mechaniki nawierzchni drogowych – charakterystyka ogólna	334
10.1.2. Metody rozwiązywania zagadnień mechaniki nawierzchni drogowych – charakterystyka ogólna	335
10.2. Zastosowania metod analitycznych	337
10.2.1. Deformacja stacjonarna półprzestrzennego układu warstw liniowo- sprężystych nawierzchni drogowej podatnej	337
10.2.2. Deformacja <i>quasi</i> -stacjonarna półprzestrzennego układu warstw lepko- sprężystych liniowo i liniowosprężystych nawierzchni drogowej podat- nej pod działaniem ruchomego obciążenia	370
10.2.3. Deformacja dynamiczna nieograniczonego układu warstw liniowo- sprężystych nawierzchni drogowej podatnej – drgania i fale w na- wierzchni	414
10.2.4. Deformacja płytowa stacjonarna konstrukcji nawierzchni – ugięcia i sztywność układu warstw	433
10.3. Zastosowania metod numerycznych	449
10.3.1. Deformacja stacjonarna układu liniowosprężystych warstw nawierzch- ni drogowej podatnej – tworzenie modeli MES i ich weryfikacja ...	449
10.3.2. Deformacja stacjonarna nawierzchni drogowej sztywnej. Zagadnienie Westergaarda	578
Dodatek. Zarys Metod Elementów Skończonych	587
D.1. Wprowadzenie – charakterystyka ogólna MES	587
D.2. Algorytm przemieszczeniowy MES w zagadnieniach liniowych	590
D.3. Zagadnienia 3D w MES	607

D.4. Zagadnienia płytowe 2D w MES	620
D.5. Dokładność rozwiązań w MES	647
D.6. Całkowanie numeryczne i kwadratury Gaussa – współrzędne barycentryczne	652
D.7. Literatura MES	660
Literatura	662

Przedmowa

Monografia jest pierwszą obszerną publikacją z mechaniki stosowanej (mechaniki konstrukcji) poświęconą nawierzchniom drogowym jako konstrukcjom budowlanym. Jest ona próbą wypełnienia (przynajmniej częściowo) pewnej luki, którą jest brak w budownictwie drogowym „własnej mechaniki”, a którą mają budownictwo kubaturowe i budownictwo mostowe (gdyż ich dotyczy prawie w całości mechanika konstrukcji). Do nawierzchni drogowych odnoszą się jedynie częściowo stosunkowo ogólne dziedziny mechaniki: mechanika teoretyczna, wytrzymałość materiałów oraz (w większym stopniu) teoria sprężystości i plastyczności.

Książka adresowana jest do studentów studiów magisterskich specjalności budownictwo drogowe lub pokrewnej oraz do doktorantów, pracowników naukowych i projektantów zajmujących się tą dziedziną budownictwa, a także w pewnym stopniu do specjalistów zajmujących się badaniami i diagnostyką nawierzchni drogowych.

Autorzy składają serdeczne podziękowanie opiniodawcy maszynopisu, prof. nzw. dr. hab. inż. Mirosławowi Graczykowi z Instytutu Badawczego Dróg i Mostów za trud przeczytania tekstu książki i wychwycenie wielu usterek, kierownictwu Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej za odwagę dofinansowania druku tej publikacji, a kierownictwu Centrum Kształcenia Ustawicznego w Inżynierii Komunikacyjnej „IKKU” Sp. z o.o. za odwagę jej sponsorowania. Specjalne podziękowania autorzy monografii kierują do całego zespołu Wydawnictwa Naukowego PWN S.A., który przyczynił się do jej wydania – za profesjonalizm a przy tym za serdeczność w relacjach z autorami w całym procesie wydawniczym.

Oznaczenia

Zasady oznaczania wielkości matematycznych

1. Cztery podstawowe typy wielkości matematycznych oznaczono następująco:

- punkty geometryczne – dużymi literami prostymi, np. A, O, X, Y, X_i ;
- wielkości przyjmujące wartości liczbowe – małymi lub dużymi literami (łacińskimi lub greckimi) pochyłymi, np. a, T, α_i, Φ_0 ;
- wielkości wektorowe (elementy przestrzeni wektorowej) – małymi lub dużymi literami (łacińskimi lub greckimi) pochyłymi i pogrubionymi, np. $\mathbf{x}, \mathbf{e}_x, \mathbf{P}, \mathbf{Q}_j, \Phi, \psi_\alpha$;
- wielkości macierzowe (w tym wektory kolumnowe i macierze więcej niż dwuwymiarowe) – małymi lub dużymi literami prostymi i pogrubionymi, np. $\mathbf{w}, \mathbf{I}, \mathbf{K}, \mathbf{\Pi}, \delta\mathbf{E}$.

2. Zbiory podstawowych typów wielkości matematycznych oznaczono zgodnie z poniższymi regułami:

- zbiory punktów (zbiory geometryczne) – dużymi literami prostymi umieszczonymi w nawiasach okrągłych, np.: (X, Y, Z) – zbiór punktów X, Y, Z ; (V) – obszar w przestrzeni euklidesowej (E); (∂V) – powierzchnia brzegowa obszaru (V); (S_d) – powierzchnia w przestrzeni;
- zbiory (układy) wielkości wektorowych – małymi lub dużymi literami pochyłymi i pogrubionymi umieszczonymi w nawiasach okrągłych, np.: $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ – prawoskrętna baza wersorów (wektorów jednostkowych) układu odniesienia; (\mathbf{P}_i) – układ sił \mathbf{P}_i ($i = 1, 2, \dots$), (\mathbf{Q}) – bliżej nieokreślony układ sił;
- zbiory liczbowe
 - małymi lub dużymi literami pochyłymi umieszczonymi w nawiasach okrągłych, np. (x, y, z) – zbiór (ciąg) liczb x, y, z ;
 - małymi literami umieszczonymi w nawiasach, np. $(a, b), [t_0, t_1), [t_0, \infty), [c, d]$ – przedziały liczbowe;

- dużymi literami pisanymi (pisanką), np. \mathcal{R} – zbiór liczb rzeczywistych,
- \mathcal{T} – przedział czasu (podzbiór zbioru liczb rzeczywistych \mathcal{R}), $\mathcal{R}^3 = R \times R \times R$
- iloczyn kartezjański zbioru liczb rzeczywistych, \mathcal{V} – podzbiór \mathcal{R}^3 ;
- zbiory (układy) macierzy – dużymi literami pogrubionymi umieszczonymi w nawiasach, np. (\mathbf{K}^e) ($e = 1, 2, \dots, N$) – zbiór (układ) macierzy sztywności elementów konstrukcji.

3. Wskaźniki (umieszczone na górnym lub dolnym poziomie) oznaczono:

- literami pochyłymi – jeśli jest to wskaźnik oznaczający wielkość liczbową, np. (V_i) ($i = 1, 2, \dots, n$), (\mathbf{K}^e) ($e = 1, 2, \dots, N$);
- literami prostymi – jeśli wskaźnik jest skrótem wyrazu, np. (S^g) – powierzchnia górna, μ^l – moduł lepkości.

4. Inne symbole i symbole specjalne:

- odwzorowania i funkcje oznacza się tak jak ich wartości (jeśli wektorowe, to literami pochyłymi i pogrubionymi, a jeśli liczbowe, to literami pochyłymi); wyjątkiem jest oznaczanie odwzorowań, czyli przekształceń zbiorów geometrycznych, za pomocą liter dużych prostych podwójnych, np. deformacji \mathbb{D} obszaru nawierzchni;
- obiekty „mieszane” oznaczono dużymi literami gotyckimi, np. \mathfrak{U} – układ odniesienia;
- standardowe funkcje, operacje i obiekty matematyczne oznacza się literami prostymi, np.: funkcja „sinus” – $\sin x$, objętość (miara) zbioru – $\text{vol}(V)$, i – jednostka urojona w zbiorze liczb zespolonych, π – liczba „pi”, Df – pochodna (bliżej nieokreślona) funkcji f , Δy – przyrost zmiennej y ;
- \overrightarrow{XY} oznacza wektor zaczepiony w punkcie X o końcu w punkcie Y ;
- zastosowano także skróty określeń wyrazowych oznaczone dużymi literami łacińskimi, np. WB – warunki brzegowe.

Najważniejsze oznaczenia literami łacińskimi

$A(D), B(D), L(D)$	– operatory różniczkowe względem zmiennej t ($D = \partial/\partial t$) półprzestrzeni lepko-sprężystej (r. 10)
\mathbf{A}	– macierz transformacji bazy (e_x, e_y, e_z) (r. 2)
\mathbf{A}^e	– macierz alokacji (macierz transformacji globalnej, macierz Boole’a) e -tego elementu skończonego (D.)
\mathbf{A}^d	– macierz alokacji brzegowych parametrów węzłowych (D.)
\mathbf{A}^n	– macierz alokacji swobodnych parametrów węzłowych (D.)
(A)	– powierzchnia lub powierzchnia górna podłoża (r. 7)
(A)	– powierzchnia odniesienia warstwy lub układu warstw w modelu płytowo-tarczowym konstrukcji nawierzchni (r. 9)