

GRAŻYNA CZENSKOWSKA

# MATURA PODSTAWOWA Z MATEMATYKI 2022, 2023...



**ŁATWA TEORIA  
PRZYKŁADY Z ROZWIĄZANAMI  
ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA  
ARKUSZE MATURALNE  
ODPOWIEDZI**

GRAŻYNA CZENSKOWSKA

**MATURA**  
**PODSTAWOWA**  
**Z MATEMATYKI**  
**2022, 2023....**

**MATURA**  
**PODSTAWOWA**  
**Z MATEMATYKI**  
**2022, 2023....**

©Copyright by Grażyna Czenskowska

Aytor: Grażyna Czenskowska

Tytuł: Matura podstawowa z matematyki 2022, 2023...

Okładka: Grażyna Czenskowska

Kontakt: [graczen@wp.pl](mailto:graczen@wp.pl)

*ISBN: 978-83-962950-0-2*

Wydanie I

Warszawa 2021

Niniejsza publikacja, ani żadna jej część nie może być kopiowana, ani w jakikolwiek inny sposób reprodukowana, powielana, ani odczytywana w środkach publicznego przekazu bez pisemnej zgody wydawcy.

Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszelkie prawa zastrzeżone.

All rights reserved

Matura podstawowa z matematyki 2022, 2023....



## TRENING Z LICZB RZECZYWISTYCH I WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH



**14 kroków (str 6 – 29)**

1. Działania na pierwiastkach
2. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
3. Działania na potęgach
4. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
5. Wyrażenia algebraiczne
6. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
7. logarytmy
8. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
9. procenty
10. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
11. Wartość bezwzględna
12. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
13. Błąd bezwzględny i błąd względny
14. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

## MATURKA Z LICZB RZECZYWISTYCH I WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH

## TRENING Z RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI



**9 kroków (str 30 – 48)**

15. Równania
16. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
17. Nierówności liniowe
18. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
19. Nierówności kwadratowe
20. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
21. Nierówności kwadratowe c.d.
22. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
23. Nierówności z wartością bezwzględną

## MATURKA Z RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI

## TRENING Z FUNKCJI



**14 kroków (str 49 – 76)**

- 24. Funkcje wstęp
- 25. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 26. Miejsca zerowe funkcji
- 27. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 28. Odczytywanie własności funkcji z wykresu
- 29. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 30. Przekształcanie wykresów funkcji – przesunięcie
- 31. Przekształcanie wykresów funkcji – symetria
- 32. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 33. Funkcja liniowa
- 34. Układy równań liniowych
- 35. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 36. Funkcja kwadratowa
- 37. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

## MATURKA Z FUNKCJI

## TRENING Z CIĄGÓW



**5 kroków (str 77 – 90)**

- 38. Ciągi – wstęp
- 39. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 40. Ciąg arytmetyczny
- 41. Ciąg geometryczny
- 42. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

## MATURKA Z CIĄGÓW

## TRENING Z TRYGNOMETRII



**3 kroki (str 91 – 101)**

- 43. Trygonometria kąta wypukłego
- 44. Przykładowe zadania z rozwiązaniami
- 45. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

## **MATURKA Z TRYGNOMETRII**

## **TRENING Z PLANIMETRII**



**8 kroków (str 102 – 117)**

- 46. Trójkąty
- 47. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 48. Trójkąt równoboczny
- 49. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 50. Trójkąt dowolny
- 51. Czworokąty
- 52. Kąty w kole
- 53. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

## **MATURKA Z PLANIMETRII**

## **TRENING Z GEOMETRII NA PŁASZCZYŹNIE KARTEZJAŃSKIEJ**



**3 kroki (str 118 – 131)**

- 54. Geometria analityczna – teoria
- 55. Przykładowe zadania z rozwiązaniami
- 56. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

## **MATURKA Z GEOMETRII NA PŁASZCZYŹNIE KARTEZJAŃSKIEJ**

## **TRENING Z RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKI**



**5 kroków (str 132 – 144)**

- 57. Kombinatoryka
- 58. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 59. Prawdopodobieństwo

- 60. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania
- 61. Statystyka

## **MATURKA Z RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKI**

### **TRENING ZE STEREOOMETRII**



**5 kroków (str 145 – 154)**

- 62. Graniastosłupy
- 63. Ostrosłupy
- 64. Wielościany foremne
- 65. Bryły obrotowe
- 66. Przykładowe zadania z rozwiązaniami
- 67. Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

### **MATURKA ZE STEREOOMETRII**

**MATURKA ZE WSZYSTKIEGO str 155**

**MISTRZOSTWA MATURALNE – PRÓBNA MATURA str 160**

- 68. Odpowiedzi do zadań (str 171 – 183)
- 69. Odpowiedzi MATURKI (str 184 – 193)
- 70. PRÓBNA MATURA – schemat oceniania (str 194 – 196)

## **WSTĘP**

Jak najlepiej i najszybciej przygotować się do matury z matematyki ?

Które zadania wybrać, co jest najważniejsze ?

Pomoże Ci w tym trener maturalny. Krok po kroku powtórzysz cały materiał.

Wszystko co jest potrzebne do matury podstawowej znajdziesz w tej książce.

Łatwa teoria poparta przykładami.

Zadania do samodzielnego rozwiązania.

Arkusz maturalny po każdym rozdziale.

Próbna matura podstawowa dostosowana do nowych wymagań 2022.

Potrzebny do powtórzeń jest zestaw wzorów, który znajdziesz na stronach CKE.

Można sobie wzory wydrukować lub ściągnąć na telefon, żeby zawsze mieć pod ręką.

Życzę miłej owocnej pracy i powodzenia na maturze

Twój Trener Maturalny Grażyna Czenskowska



# TRENING Z LICZB RZECZYWISTYCH I WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH



## KROK 1.

### Działania na pierwiastkach

#### Podstawowe wzory:

1. Każdy pierwiastek można zapisać w postaci potęgi

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

2. Jeżeli mnożymy pierwiastki tego samego stopnia, to możemy pomnożyć liczby pod pierwiastkiem

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

3. Jeżeli dzielimy pierwiastki tego samego stopnia, to możemy podzielić liczby pod pierwiastkiem

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

4. Jeżeli pierwiastek podnosimy do potęgi, to możemy podnieść do potęgi liczbę pod pierwiastkiem

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

5. Jeżeli pierwiastek stopnia  $n$  podnosimy do potęgi  $n$ , to otrzymujemy liczbę która była pod pierwiastkiem

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\text{np. } \sqrt{a^2} = a, \quad \sqrt[3]{a^3} = a, \dots$$

### WAŻNE DZIAŁANIA

1. Mnożąc wyrażenia mieszane (liczby i pierwiastki) mnożymy najpierw liczby, a potem pierwiastki

$$3\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{2} = 3 \cdot 6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 18\sqrt{6}$$

2. Usuwanie niewymierności z mianownika.

$$\frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

3. Jeżeli w mianowniku jest suma lub różnica to licznik i mianownik mnożymy przez wyrażenie sprzężone. To znaczy jak był (-) to mnożymy przez wyrażenie z (+), a jak był (+) to mnożymy przez wyrażenie z (-) .

$$\frac{2}{2-\sqrt{3}} = \frac{2}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2^2-\sqrt{3}^2} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{4-3} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1} = 2(2 + \sqrt{3})$$

4. Wyłączanie liczby spod pierwiastka

$$\text{np. } \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

lub liczbę 72 rozkładamy na czynniki pierwsze

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

Każda para jednakowych liczb przechodzi w jedną liczbę przed pierwiastkiem, a liczby pojedyncze zostają pod pierwiastkiem

$$\sqrt{72} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

5. Podnoszenie pierwiastka do potęgi

$$(\sqrt[3]{2})^3 = 2$$

$$(\sqrt[3]{2})^6 = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

$$(2\sqrt[3]{3})^3 = 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$(4\sqrt{5})^2 = 4^2 \cdot 5 = 80$$

Ogólnie:

$$(\sqrt[n]{a})^k = a^{\frac{k}{n}}$$





Grażyna Czerniewska – z wykształcenia matematyk przez wiele lat pracowała w renomowanych warszawskich liceach: VIII LO im. Władysława IV, XXXV LO im. Bolesława Prusa, NLO 81 SGH.

Swoje doświadczenie w pracy z uczniami wykorzystuje pisząc książki z dziedziny matematyki. Autorka serii pt.: „Przed klasówką i maturą z matematyki”

Najnowsza książka „Matura podstawowa z matematyki 2022, 2023 jest kursem przygotowawczym do obowiązkowej matury z matematyki. Autorka przyjmuje rolę trenera i w bardzo przystępny sposób przedstawia zagadnienia maturalne, kształcąc w czytelniku umiejętności potrzebne do zdania tak ważnego i trudnego egzaminu.

Doskonale wyjaśnienie, różnorodne zadania dopasowane do programu sprawiają, że przerobienie zawartych w publikacji zagadnień gwarantuje dobre przygotowanie do matury.



**Książka zawiera:**

**Wiedzę teoretyczną**

**Przykłady z rozwiązaniami i wyjaśnieniami**

**Zadania do samodzielnego rozwiązania**

**Próbne matury po każdym dziale**

**Próbną maturę z całego materiału**

**Odpowiedzi do wszystkich zadań i matur**