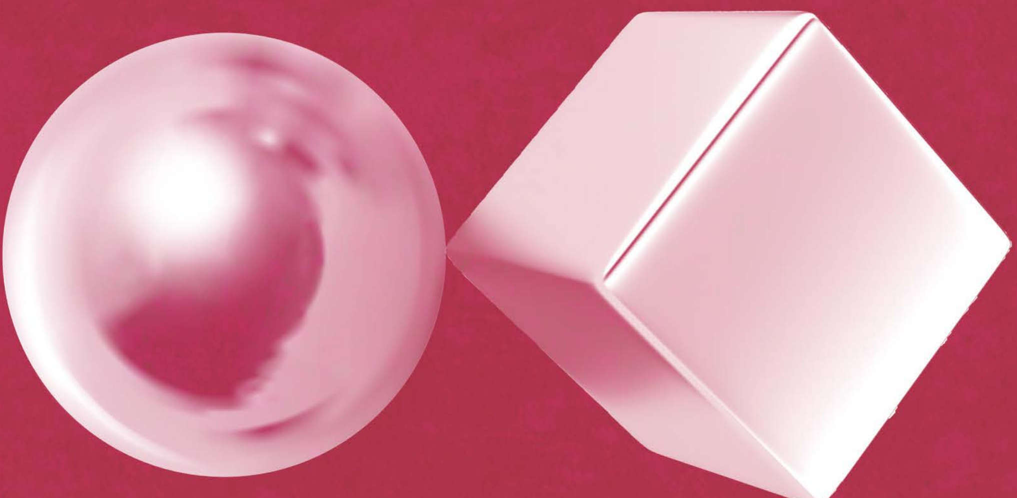
Janusz Ciuciura

Hierarchie systemów logiki parakonsystentnej



WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Hierarchie systemów logiki parakonsystentnej

WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Janusz Ciuciura

Hierarchie systemów logiki parakonsystentnej

WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Łódź 2018

Janusz Ciuciura – Uniwersytet Łódzki, Wydział Filozoficzno-Historyczny, Instytut Filozofii
Katedra Logiki i Metodologii Nauk, 90-131 Łódź, ul. Lindleya 3/5

RECENZENT

Wojciech Suchoń

REDAKTOR INICJUJĄCY

Magdalena Skoneczna

SKŁAD I ŁAMANIE

AGENT PR

KOREKTA TECHNICZNA

Leonora Wojciechowska

PROJEKT OKŁADKI

Katarzyna Turkowska

Zdjęcie wykorzystane na okładce: © Depositphotos.com/ekostsov, fosin

Publikacja bez opracowania redakcyjnego w Wydawnictwie UŁ

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego
Wydanie I. W.08666.18.0.M

Ark. wyd. 7,0; ark. druk. 9,875

ISBN 978-83-8142-190-4
e-ISBN 978-83-8142-191-1

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego
90-131 Łódź, ul. Lindleya 8
www.wydawnictwo.uni.lodz.pl
e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl
tel. (42) 665 58 63

SPIS TREŚCI

WSTĘP

W procesie komunikacji językowej wypowiadamy pewne wyrażenia, zwroty, zdania. Aby właściwie zrozumieć intencje rozmówcy, musimy często brać pod uwagę nie tylko treść i kształt wypowiedzi, ale także jej kontekst, czas, miejsce, itd. Kiedy więc przydarza się nam mylnie rozumieć czyjąś wypowiedź, może być to spowodowane mętnym jej sformułowaniem, może również być następstwem naszej ignorancji. U podstaw takiego stanu rzeczy tkwić może bagatelizowanie roli, jaką odgrywa w wypowiedzi wspomniana *otoczka językowa*. Dodatkowe komplikacje pojawią się wówczas, gdy struktura zdania, a nawet pojedyncze wyrażenia, obarczone są wieloznacznością.

Na szczęście, sprzyja nam rozwój logiki współczesnej. Z powodzeniem prowadzi się badania, wykorzystując współczesną aparaturę pojęciową. Znane są już konstrukcje logiczne, w których analizuje się pojęcie sprzeczności. Takimi właśnie konstrukcjami są systemy logiki parakonsystentnej.

Niestety, trudno w języku polskim znaleźć odpowiednik anglojęzycznego terminu *paraconsistent logic*. Aby oddać właściwe znaczenie przymiotnika *paraconsistent*, należałoby posłużyć się zbitką słów polskich. Tak powstał rodzimy zwrot *logiki tolerujące sprzeczność*.

Za autora terminu *paraconsistent* (*logic*) uznaje się peruwiańskiego filozofa Francisco Miró Quesada Cantuariasa. W artykule pochodzącym z 1992 roku da Costa wspominał:

> […] napisałem do Miró Quesady, który przyjął nową logikę z wielkim entuzjazmem, prosząc go o wymyślenie dla niej nazwy. Pamiętam jego odpowiedź, jakby to było wczoraj. Podał trzy propozycje: nową logikę można by nazwać metakonsystentną, ultrakonsystentną lub parakonsystentną [w terminologii anglojęzycznej: *metaconsistent*, *ultraconsistent*, *paraconsistent* – JC]. Skomentował następnie wszystkie trzy propozycje, stwierdzając, iż z jego punktu widzenia, wybrałby ostatnią z wymienionych. Termin *parakonsystentna* brzmiał wspaniale. Zacząłem więc go stosować, sugerując innym [...], aby uczynili to samo. Dwa lub trzy miesiące później, stał się cud. Termin rozprzestrzenił się po całym świecie. Nowy termin zaczęto stosować we wszystkich ośrodkach badawczych, bezpośrednio lub pośrednio związanych z logiką, od półkuli północnej do południowej. Przypuszczam, że w dziejach nauki (a na pewno w dziejach logiki) niewiele razy miało miejsce coś podobnego [...][1].

---

[1] Da Costa, N.C.A., Béziau, J.Y., Bueno, O. (1995a), *Paraconsistent Logic in a Historical Perspective*, „Logique et Analyse", 150-151-152, s. 118.

Po raz pierwszy termin *paraconsistent logic* pojawił się oficjalnie w 1976 roku na Trzecim Kongresie Latynoamerykańskim poświęconym logice matematycznej (Brazylia, Campinas). Od tego czasu jest powszechnie używany na określenie logik tolerujących sprzeczność. Logika parakonsystentna jest przykładem logiki nieklasycznej.

Co wyróżnia logikę parakonsystentną spośród innych logik nieklasycznych? Próbując odpowiedzieć na to pytanie, przyjmijmy, że w danym języku formalnym J obecny jest, oprócz innych symboli, spójnik negacji. Oznaczmy ten spójnik symbolem „~". Literą F oznaczmy zbiór wszystkich wyrażeń sensownych (w skrócie: formuł) języka J, tj. wyrażeń zbudowanych zgodnie z następującymi zasadami:

(1) Każda zmienna zdaniowa, tj. $p_1, p_2, p_3, \ldots$, itd., jest formułą.

Zbiór zmiennych zdaniowych, w skrócie *var*, jest zbiorem niepustym i przeliczalnym. Ze względu na wygodę i przejrzystość zapisu, zamiast $p_1, p_2, p_3, \ldots$, będziemy zazwyczaj pisać $p, q, r, \ldots$ *etc.*

(2) Jeżeli α jest formułą, to $\sim \alpha$ jest formułą.

Spójnik negacji jest funktorem jednoargumentowym. W § 2.5 mowa będzie także o spójniku asercji. W § 5.3 pojawią się dwa dodatkowe spójniki jednoargumentowe: *niesprzeczności* i *sprzeczności*. W pewnych fragmentach książki pojawią się również intensjonalne funktory modalne, przede wszystkich symbol możliwości $\Diamond$.

(3) Jeśli α i β są formułami, to wyrażenia $\alpha \to \beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$ oraz $\alpha \leftrightarrow \beta$ również są formułami.

Do spójników dwuargumentowych należy więc implikacja „$\to$", koniunkcja „$\wedge$", alternatywa „$\vee$" i równoważność „$\leftrightarrow$". Spójnik równoważności jest definiowalny za pomocą implikacji oraz koniunkcji: $\alpha \leftrightarrow \beta := (\alpha \to \beta) \wedge (\beta \to \alpha)$. Dlatego będzie on zazwyczaj pomijany, podczas prezentacji poszczególnych systemów logicznych. Przez *system* rozumieć będziemy dowolny podzbiór zbioru wszystkich formuł.

Małe litery alfabetu greckiego $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots$ pełnią funkcję tzw. *metazmiennych.* Metazmienne występują w schematach formuł. Dzięki metazmiennym i schematom formuł zbyteczna stanie się reguła podstawiania. Duże litery alfabetu greckiego $\Gamma, \Delta, \mathrm{E}, \mathrm{Z}, \ldots$ będą z kolei pełnić funkcję zbiorów formuł.

Definicja 0.1. Przez *logikę* określoną na zbiorze formuł F, rozumiemy dowolną relację binarną $\vdash \subseteq 2^F \times F$ (gdzie 2^F jest zbiorem wszystkich podzbiorów zbioru F), spełniającą następujące warunki, dla dowolnych $\alpha, \beta \in F$ oraz $\Gamma, \Delta \subseteq F$:

(1) jeśli $\alpha \in \Gamma$, to $\Gamma \vdash \alpha$
(2) jeśli $\Gamma \vdash \alpha$ i $\Gamma \subseteq \Delta$, to $\Delta \vdash \alpha$
(3) jeśli ($\Gamma \vdash \alpha$ oraz $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash \beta$), to $\Gamma, \Delta \vdash \beta$.

Pojęcie logiki utożsamione jest zatem z pojęciem *relacji konsekwencji*. Relacja konsekwencji może spełniać jeszcze inne warunki np. finitarności oraz strukturalności.

Zdefiniujemy teraz dwa kluczowe pojęcia. W tym celu załóżmy, że S jest systemem formalnym (systemem dedukcyjnym, teorią dedukcyjną).

Definicja 0.2. Powiemy, że S jest systemem sprzecznym, o ile istnieje formuła α wyrażona w języku systemu S, taka, że zarówno α jak i $\sim \alpha$, są jednocześnie tezami S.

Definicja 0.3. Powiemy, że S jest systemem przepełnionym (*trywialnym*), o ile każda formuła systemu S jest jego tezą.

Kiedy logiką, leżącą u podstaw systemu S jest logika klasyczna (a ściślej, S jest teorią tej logiki), wówczas S jest systemem przepełnionym wtedy i tylko wtedy, gdy S jest systemem sprzecznym. Systemy przepełnione nie mają żadnego znaczenia praktycznego. Każde zdanie sformułowane w języku takiego systemu jest jego twierdzeniem. Logiki parakonsystentne, jak przekonamy się niebawem, *tolerują* sprzeczność, co wcale nie oznacza, że są konstrukcjami trywialnymi.

Niewiele jest konstrukcji logicznych, w których sprzeczność tolerowana jest w dosłownym tego słowa znaczeniu. Z reguły po prostu nie dopuszcza się, żeby pewna formuła wraz z jej negacją były jednocześnie twierdzeniami danej logiki. Jeśli już to ma miejsce, są to formuły specjalnego typu. Za wzór takich formalizacji uchodzi logika antynomii Asenjo i Tamburino, logika dialektyczna Routleya i Meyera, czy też systemy *V2* i *V3* Arrudy[2].

Większość systemów logiki parakonsystentnej toleruje sprzeczność nie dlatego, że możliwe jest w nich *współistnienie* dwóch zdań, z których jedno jest zaprzeczeniem drugiego, lecz dlatego, iż z pary zdań α, $\sim\alpha$ nie wyprowadzimy dowolnego zdania β. Akceptacja sprzeczności rodzi bowiem problemy natury metodologicznej (np. komplikacje w dowodzie twierdzenia o adekwacji). Systemy logiki parakonsystentnej to zatem formalizmy, w których odrzuca się możliwość ich trywializacji za sprawą pary formuł sprzecznych. Oznacza to tyle tylko, iż akceptacja formuł sprzecznych: α, $\sim \alpha$, nie pociąga za sobą akceptacji dowolnej formuły β.

Przytoczona charakterystyka wydaje się zbyt ogólnikowa. Istnieje wiele systemów logicznych, w których para formuł sprzecznych nie implikuje przepełnienia, a mimo to, systemy te mają niewiele wspólnego z ideą parakonsystencji. Przykładem takiego systemu jest choćby pochodząca z 1949 roku logika nonsensu Halldéna (inspirowana logiką Boczwara), niektóre systemy logiki relewantnej lub logiki koneksyjnej[3].

---

[2] Zob. §§ 2.2, 2.7, 2.8.

[3] Por. §§ 2.3, 3.3. Zob. Halldén, S. (1949), *The Logic of Nonsense*, Uppsala Universitets årsskrift, 9, Uppsala; Boczwar, D.A. (1938), *Ob odnom tréhznacnom iscislénii i égo priménénii κ analizu paradoksov klassicéskogo rassirennogo funkcjonał'nogo iscislénia*, „Matematiceskij sbornik", 4, s. 287–308; Dunn, J. M., Restall, G. (2002),

⁂

Prezentowana książka jest pierwszą monografią w języku polskim całkowicie poświęconą logikom tolerującym sprzeczność[4]. Przedstawiane tu systemy logiczne charakteryzowane są na dwa zasadnicze sposoby: aksjomatyczny i semantyczny. W wersji aksjomatycznej określimy pewien podzbiór zbioru wszystkich formuł, zwany zbiorem aksjomatów, oraz ustalimy zbiór reguł wnioskowania. W tym drugim przypadku będzie to na ogół zbiór jednoelementowy. Jedyną nieaksjomatyczną regułą inferencji będzie bowiem reguła odrywania. W wariancie semantycznym określimy z kolei sposób rozumienia poszczególnych spójników logicznych. Skorzystamy głównie z tzw. semantyki waluacyjnej.

Formalizmy, z założenia, służą za pewnego rodzaju ilustrację dla rozważań filozoficznych nad *naturą* logiki parakonsystentnej. I tak, w rozdziale pierwszym omówimy założenia filozoficzne, które stanowiły fundament systemów logiki tolerującej sprzeczność. Dokonamy ogólnej charakterystyki logiki parakonsystentnej. Wskażemy kryteria, dzięki którym będziemy w stanie – do pewnego stopnia – rozstrzygnąć, czy dany system można nazwać parakonsystentnym, czy też nie.

Rozdział drugi poświęcony będzie prekursorom logiki parakonsystentnej. Przyjrzymy się pierwszym, naszym zdaniem najważniejszym, systemom logiki tolerującej sprzeczność. Omówimy także koncepcje formalno-logiczne, które choć bezpośrednio nie były związane z ideą logiki parakonsystentnej, to jednak stanowiły źródło inspiracji dla jej twórców.

W rozdziale trzecim dokonamy prezentacji hierarchii systemów logiki parakonsystentnej w oparciu o tzw. *kryterium ilościowe*. Kryterium to sprowadza się *de facto* do określenia liczby formuł, niezbędnych do trywializacji danego systemu. W klasycznym rachunku zdań, logice intuicjonistycznej, systemach logiki modalnej itp. wystarczają dwie takie formuły: α, $\sim\alpha$. Większa ich liczba, np. α, $\sim\alpha$, $\sim\sim\alpha$, $\sim\sim\sim\alpha$, $\sim\sim\sim\sim\alpha$, jest redukowalna do dwóch. W przypadku prezentowanej hierarchii podobna redukcja nie będzie możliwa. Trywializacja kolejnych systemów hierarchii dokona się za sprawą większej ilości formuł.

Relevance Logic, [w:] Gabbay, D.M., Guenthner, F. (red.), *Handbook of Philosophical Logic*, 6, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht–Boston–London, s. 1–128; McCall, S. (2012), *A History of Connexivity*, [w:] Gabbay, D.M., Pelletier J., Woods, J. (red.), *Handbook of the History of Logic*, 11, Logic: A History of its Central Concepts, Elsevier, Amsterdam, s. 415–449.

[4] W języku polskim istnieją nieliczne publikacje książkowe, których fragmenty poświęcono prezentacji wybranych systemów logiki parakonsystentnej, np. Pietryga, A. (2004), *Status zasady sprzeczności w świetle logiki współczesnej*, Aureus, Kraków; Nasieniewski, M. (2008), *Wprowadzenie do logik adaptywnych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Mikołaja Kopernika, Toruń.

W rozdziale czwartym zaproponujemy hierarchie systemów logiki parakonsystentnej, w których decydującą rolę odgrywa tzw. *kryterium jakościowe*. Kryterium jakościowe sprowadza się do określenia stopnia złożoności formuł, trywializujących dany system. Uzależnione jest więc nie od ilości formuł trywializujących dany system, lecz od ich kształtu.

Rozdział piąty zawiera analizę systemów logiki parakonsystentnej, spełniających tzw. *kryterium mieszane*. Kryterium mieszane, podobnie jak wcześniej wzmiankowane kryteria, jest bezpośrednio związane z pojęciem trywializacji. Aby przepełnić dany system wymagana jest, oprócz pary formuł: α, $\sim\alpha$, jeszcze jedna, dodatkowa formuła. To formuła specjalnego typu, posiadająca odpowiedni kształt. Dla systemu C_1 da Costy będzie to na przykład prawo niesprzeczności, $\sim(\alpha \wedge \sim\alpha)$, dla systemów *LFI* będzie to formuła α poprzedzona jednoargumentowym spójnikiem „$\circ$".

W książce przyjęto standardową notację logiczną. Jakiekolwiek odstępstwo od tej zasady zostanie zasygnalizowane w formie osobnego komentarza. Przez termin *formuła* będziemy rozumieć zarówno poszczególne, poprawnie zbudowane, wyrażenia języka danego systemu, np. $p \to q$, jak i schematy tych wyrażeń np. $\alpha \to \beta$ (tzw. *metaformuły*). Z kontekstu będzie wiadomo, o które ze znaczeń słowa *formuła* chodzi. Podobna uwaga dotyczy pojęcia *aksjomat* oraz *prawo logiczne*. W tekście pojawi się wiele praw logicznych i reguł wnioskowania. Zazwyczaj mają one swoje nazwy i oznaczenia. Dla ułatwienia lektury zamieszczamy poniżej listę najważniejszych praw i reguł, wykorzystanych w rozprawie.

I. Prawa logiczne

(1) aksjomaty pozytywnej częś logiki Hilberta:

(H1) $\alpha \to (\beta \to \alpha)$	prawo poprzedzania (symplifikacji)
(H2) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma))$	prawo sylogizmu Fregego
(H3) $\alpha \to (\beta \to (\alpha \wedge \beta))$	prawo dołączania koniunkcji
(H4) $(\alpha \wedge \beta) \to \alpha$	prawo pochłaniania dla koniunkcji
(H5) $(\alpha \wedge \beta) \to \beta$	prawo pochłaniania dla koniunkcji
(H6) $\alpha \to (\alpha \vee \beta)$	prawo pochłaniania dla alternatywy
(H7) $\alpha \to (\beta \vee \alpha)$	prawo pochłaniania dla alternatywy

(H8) $(\alpha \to \gamma) \to ((\beta \to \gamma) \to ((\alpha \vee \beta) \to \gamma))$	prawo dodawania poprzedników

(2) prawa implikacji intuicjonistycznej (implikacyjnej części pozytywnej logiki Hilberta):

(*pt*) $\alpha \to \alpha$	prawo tożsamości
(*ps*) $(\alpha \to \beta) \to ((\beta \to \gamma)) \to (\alpha \to \gamma))$	prawo sylogizmu (hipotetycznego)
(*pk*) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\beta \to (\alpha \to \gamma))$	prawo komutacji
(*psk*) $(\alpha \to (\alpha \to \beta)) \to (\alpha \to \beta)$	prawo skracania

(3) aksjomaty *uklasyczniające* implikację intuicjonistyczną:

(*pP*) $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to \alpha$	prawo Peirce'a
(*pD*) $\alpha \vee (\alpha \to \beta)$	prawo Dummetta

(4) prawa zawierające spójnik negacji:

(*pK*) $(\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to \sim \beta) \to \sim \alpha)$	prawo Kołmogorowa
(*pJ*) $(\alpha \to \sim \beta) \to (\beta \to \sim \alpha)$	prawo Johanssona
(*pn*) $\sim (\alpha \wedge \sim \alpha)$	prawo niesprzeczności
(*nn*) $\sim \sim \alpha \to \alpha$	prawo podwójnej negacji (mocne)
(*nn*)* $\alpha \to \sim \sim \alpha$	prawo podwójnej negacji (słabe)
(*tnd*) $\alpha \vee \sim \alpha$	prawo wyłączonego środka (*tertium non datur*)
(*tnd*)$^{\sim *}$ $\alpha \vee \sim * \alpha$	prawo wyłączonego środka z tzw. silną negacją
(*efq*) $\alpha \to (\sim \alpha \to \beta)$	prawo przepełnienia
(*efq*)$^\wedge$ $(\alpha \wedge \sim \alpha) \to \beta$	prawo przepełnienia (koniunkcyjno--implikacyjne)
(*pC*) $(\sim \alpha \to \alpha) \to \alpha$	prawo Claviusa (mocne)

$(pC)^{*}\ (\alpha \to \sim \alpha) \to \sim \alpha$ — prawo Claviusa (słabe)

osłabione wersje prawa przepełnienia:

$(efq)^{k}\ \alpha \to (\sim \alpha \to (\sim\sim \alpha \to \ldots\ (\sim^{k} \alpha \to \beta)\ldots)),\ k \geq 2$

$(efq)^{\circ}\ \circ\alpha \to (\alpha \to (\sim \alpha \to \beta))$

$(F1) \sim \alpha \to (\sim\sim \alpha \to \beta)$

$(F1)^{k}\ \sim^{k} \alpha \to (\sim^{k+1} \alpha \to \beta),\ k \geq 1$

$(F2)\ (\alpha \to \beta) \to (\sim (\alpha \to \beta) \to \gamma))$

$(F2)^{k}\ \sim^{k-1} (\alpha \to \beta) \to (\sim^{k} (\alpha \to \beta) \to \gamma)),\ k \geq 1$

osłabione wersje praw podwójnej negacji:

$(nn)^{k}\ \sim^{k} \alpha \to \sim^{k-2} \alpha,\ k \geq 3$

$(nn)^{*k}\ \sim^{k-2} \alpha \to \sim^{k} \alpha,\ k \geq 3$

$(nn)^{\to} \sim\sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta)$

$(nn)^{*\to}\ (\alpha \to \beta) \to \sim\sim (\alpha \to \beta)$

osłabione wersje praw Claviusa:

$(pC)^{\to} (\sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta)) \to (\alpha \to \beta)$

$(pC)^{*\to} ((\alpha \to \beta) \to \sim (\alpha \to \beta)) \to \sim (\alpha \to \beta)$

prawa de Morgana:

$(dMa) \sim (\alpha \wedge \beta) \to (\sim \alpha \vee \sim \beta)$

$(dMa)^{*}\ (\sim \alpha \vee \sim \beta) \to \sim (\alpha \wedge \beta)$

$(dMb) \sim (\alpha \vee \beta) \to (\sim \alpha \wedge \sim \beta)$

$(dMb)^{*}\ (\sim \alpha \wedge \sim \beta) \to \sim (\alpha \vee \beta)$

prawa logiki koneksyjnej:

$(tB)\ (\alpha \to \sim \beta) \to \sim (\alpha \to \beta)$ — teza Boecjusza (pierwsza)

$(tB)^{*}\ (\alpha \to \beta) \to \sim (\alpha \to \sim \beta)$ — teza Boecjusza (druga)

$(tA) \sim (\sim \alpha \to \alpha)$ — teza Arystotelesa (pierwsza)

$(tA)^{*} \sim (\alpha \rightarrow \sim \alpha)$ teza Arystotelesa (druga)

pozostałe prawa:

$(if) \sim (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \sim \beta)$

$(dd)^{\rightarrow} ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\gamma \rightarrow \delta)) \rightarrow (((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \sim (\gamma \rightarrow \delta)) \rightarrow \sim (\alpha \rightarrow \beta))$

$(pkr)^{*} (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\sim \beta \rightarrow \sim \alpha)$

(F3) $\sim \alpha \rightarrow \sim (\alpha \rightarrow \alpha)$

(F4) $(\sim \alpha \rightarrow \sim \beta) \rightarrow ((\sim \alpha \rightarrow \sim \sim \beta) \rightarrow \alpha)$

$(F4)^{\rightarrow}$ $(\sim X \rightarrow Y) \rightarrow ((\sim X \rightarrow \sim Y) \rightarrow X)$, gdzie $X = \alpha \rightarrow \beta$, $Y = \gamma \rightarrow \delta$

(F5) $\sim (\alpha \rightarrow \sim \sim \alpha) \rightarrow \alpha$

(F6) $\sim (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha$

$(F6)^{*}$ $\sim (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \sim \beta$

(F7) $\alpha \rightarrow \sim (\alpha \rightarrow \sim \alpha)$

(F8) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \sim (\alpha \wedge \sim \beta)$.

II. Reguły wnioskowania

(RO) $\alpha, \alpha \rightarrow \beta / \beta$ reguła odrywania

(EFQ) $\alpha, \sim \alpha / \beta$ reguła *ex falso quodlibet*

(DK) $\alpha, \beta / \alpha \wedge \beta$ reguła dołączania koniunkcji

(Syll) $\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma / \alpha \rightarrow \gamma$ reguła sylogizmu

modyfikacje reguły *ex falso quodlibet*:

$(EFQ)^{*}$ $\alpha, \sim \alpha / \beta$, o ile $\alpha \notin var$

$(EFQ)^{(nn)*}$ $\alpha \rightarrow \sim \sim \alpha, \alpha, \sim \alpha / \beta$

$(EFQ)^{\circ}$ $\sim (\alpha \wedge \sim \alpha), \alpha, \sim \alpha / \beta$

$(EFQ)^{(n)}$ $\alpha^{(n)}, \alpha, \sim \alpha / \beta$.

$(EFQ)^{\perp}$ $\alpha \vee \sim \alpha, \sim (\alpha \vee \sim \alpha) / \beta$.

III. Zbiory aksjomatów:

(AC_{ω}) α, o ile α jest aksjomatem systemu C_{ω} da Costy

(AC_{min}) α, o ile α jest aksjomatem systemu C_{min}

(AH^{+}) α, o ile α jest aksjomatem pozytywnej części logiki Hilberta.

Rozdział 1

LOGIKA PARAKONSYSTENTNA ZAŁOŻENIA FILOZOFICZNE

Logika parakonsystentna nie pojawiła się znikąd, nie była też dziełem przypadku. Pojawiła się w następstwie pewnej refleksji filozoficznej, poświęconej pojęciom sprzeczności i trywializacji. Z syntaktycznego punktu widzenia, każda teoria matematyczna jest dozwolona, o ile nie jest trywialna. Dewizę tę określa się mianem z*asady tolerancji w matematyce.* Podstawę filozoficzną zasady tolerancji odnajdziemy w idei pluralizmu logicznego Carnapa[1].

1.1. Kryteria

Pojęcia *sprzeczność* i *przepełnienie* związane są z własnościami relacji konsekwencji i konkretnymi prawami logicznymi. Dlatego też pośród kryteriów, jakie powinna spełniać logika parakonsystentna, wymieniane są na ogół dwa podstawowe warunki:

(1) sprzeczność nie implikuje przepełnienia
(2) prawo niesprzeczności, $(pn) \sim (p \wedge \sim p)$, nie jest twierdzeniem.

Prawo niesprzeczności traktowano dotychczas jako prawo bezwzględnie konieczne, stanowiące fundament naszego myślenia. Badania Łukasiewicza i da Costy, podważyły ten fundament.

> Wprawdzie już Heraklit podważał znaczenie zasady sprzeczności, można jednak sądzić, iż szedł zbyt daleko twierdząc, że 'spór (tu: sprzeczność) jest ojcem wszystkiego'. Zaletą idei parakonsystentności jest umiar; sprzeczność nie jest tu eliminowana za wszelką cenę, ale też, dzięki zrezygnowaniu z zasady przepełniania, nie staje się czymś powszechnym. Odpowiada to strukturze ludzkich przekonań: trudno byłoby chyba znaleźć człowieka o przekonaniach całkowicie spójnych, ale też, z drugiej strony, niełatwo spotkać kogoś, kto zgodziłby się, że z powodu jakiejś lokalnej, nieraz zupełnie nieważnej sprzeczności, jego wiedza o świecie jest zupełnie bezwartościowa[2].

---

[1] Zob. Carnap, R. (1949), *The Logical Syntax of Language*, Routledge & Kegan Paul, London, s. 51–52. Zasadę tolerancji w matematyce wyznawał m.in. jeden z twórców logiki parakonsystentnej, Newton C.A. da Costa.

[2] Urchs, M., Nasieniewski, M., Kwiatkowski, S. (1997), *Klasyczny rachunek zdań. Wykład i zadania. Skrypt dla studentów pierwszego roku*, Uniwersytet im. M. Kopernika, Toruń, s. 21.

Co więcej, pojawienie się sprzeczności w komunikacji międzyludzkiej może mieć podstawy w samym języku. Niezależnie bowiem, czy lapsusy natury terminologicznej posiadają wymiar czysto humorystyczny: „A w gazecie napisali, że zginął pudel podpalany. Aaa… jakby mnie tak podpalali, też bym uciekł”[3], artystyczny: „Więc przybądź i jeżeli chcesz mi co zarzucić, Zarzuć mi ręce na szyję”[4], dramatyczny: „Dzieci pogryzły psy”, czy też przybiorą formę sofizmatów: „Czy to, co zostało napisane, napisał ktoś? Otóż zostało napisane, że ty siedzisz, ale teraz jest to fałszywe; było jednak prawdziwe wtedy, gdy było pisane; a więc równocześnie została napisana prawda i fałsz”[5], wskazują na niesłychane bogactwo znaczeniowe wyrażeń języka naturalnego. Jakie są przyczyny błędów językowych? Twórcy logiki parakonsystentnej nie odpowiadają przeważnie na tak postawione pytanie. Koncentrują się nie na przyczynach, lecz co najwyżej na skutkach opisanego stanu rzeczy.

Zaplecza ideologicznego dla logik tolerujących sprzeczność poszukuje się nierzadko wśród filozofów, którym nie obce były rozważania nad naturą sprzeczności. Wymienia się wówczas Heraklita, Hegla, Marksa, Meinonga, Wittgensteina lub dialeteistów[6]. Na uwagę zasługuje także filozofia *jak gdyby* (niem. *die Philosophie des Als Ob*) Hansa Vaihingera.

Filozofia *jak gdyby* przyjmuje za punkt wyjścia następujące założenie: Świat jest realny, wszystko inne jest fikcją. Pojęcia, terminy, struktury, klasyfikacje, definicje itp. wszystko to jest wytworem umysłu ludzkiego i jako takie nie znajduje realnego odbicia w świecie rzeczy i zjawisk. Już same użyte w tym miejscu pojęcia: *rzecz*, *zjawisko* są niczym innym jak świadomie stworzonymi fikcjami, które okazują się niezastąpione w opisie świata, opisie badań naukowych, doznań religijnych czy w życiu codziennym. Vaihinger ukuł termin *fikcja* na określenie przekonań, o których wiemy, że nie są prawdziwe, lecz okazują się z pewnych względów, np. naukowych, korzystne. Używamy ich *jak gdyby* były one prawdziwe, o ile przynoszą nam korzyść poznawczą. Musimy jednak pamiętać, że granica między prawdą a fałszem jest płynna, albowiem wszystko, co postrzegamy ma charakter subiektywny: *Subjektives ist fiktiv; Fiktives ist falsch; Falsches ist Irrtum*

---

[3] Bohdan Smoleń, *Szeptanka*.

[4] Leopold Staff, *Do Muzy*.

[5] Arystoteles (1978), *O dowodach sofistycznych*, [w:] Arystoteles, *Topiki. O dowodach sofistycznych*, PWN, Warszawa, s. 292.

[6] Zob. da Costa, N.C.A., Béziau, J.Y., Bueno (1995a), *Paraconsistent Logic in a Historical Perspective*, „Logique et Analyse”, 150–151–152, s. 111–125; Sylvan, R. (1980), *Exploring Meinong's Jungle and Beyond: An Investigation of Noneism and the Theory of Items*. Department of Philosophy Monograph Series 3, Research School of Social Sciences, Australian National University, Canberra; Priest, G. (2007), *Paraconsistency and Dialetheism*, [w:] Gabbay, D., Woods, J. (red.), *Handbook of the History of Logic*, 8, The Many Valued and Nonmonotonic Turn in Logic, Elsevier, Amsterdam–Oxford, s. 129–204; Wang, W. (2011), *Against Classical Dialetheism*, „Frontiers of Philosophy in China”, 6/3, s. 492–500.