

AGNIJO BANERJEE, DAVID DARLING



DZIWNNA
MATEMATYKA

PODRÓŻ KU NIESKOŃCZONOŚCI

Helion 

Tytuł oryginału: Weird Maths: At the Edge of Infinity and Beyond

Tłumaczenie: Marcin Machnik

ISBN: 978-83-283-5687-0

© David Darling and Agnijo Banerjee 2018

This translation of *Weird Maths: At the Edge of Infinity and Beyond* is published by Helion SA by arrangement with Oneworld Publications.

Illustrations: Pastern bones © Sarah Joy; Pi artwork © Jeff Darling; Hurricane Felix © NASA; Mandelbrot set © Wolfgang Beyer; strange attractor © Anders Sandberg; Turing machine © Rocky Acosta; quantum computer prototype © Ion Quantum Technology Group, University of Sussex; Voyager Golden Record © NASA/JPL; Humpback whale © NOAA; galaxy cluster Abell S1077 © ESA/Hubble, NASA, and N. Rose; infinity mirror © Josh Staiger; Möbius band © David Benbennick.

Polish edition copyright © 2020 by Helion SA. All rights reserved.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from the Publisher.

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Helion SA dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Helion SA nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Helion SA

ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice

tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63

e-mail: helion@helion.pl

WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<http://helion.pl/user/opinie/dzimat>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzje.

Printed in Poland.

- Kup książkę
- Poleć książkę
- Oceń książkę

- Księgarnia internetowa
- **Lubią to!** » Nasza społeczność

Spis treści

<i>Wprowadzenie</i>	9
<i>Notka dla czytelników</i>	13
1 Matematyka u podstaw świata	15
2 Jak widzieć w 4D	27
3 Szanse na nieprawdopodobieństwo	47
4 Struktury na krawędzi chaosu	73
5 Fantastyczna maszyna Turinga	93
6 Muzyka sfer	119
7 Tajemnice liczb pierwszych	137
8 Czy szachy da się rozwiązać?	153
9 O tym, co jest, chociaż nie powinno tego być	171
10 Stąd się tam nie dostaniesz	187
11 Największa liczba ze wszystkich	209
12 Naginaj i rozciągaj, jak tylko chcesz	231
13 Bóg, Gödel i poszukiwania dowodu	251

ROZDZIAŁ 1.

Matematyka u podstaw świata

Zaszło coś jeszcze dziwniejszego; prawdopodobnie najbardziej zdumiewające jest jednak to, że matematyka powinna być możliwa dla rasy bliskiej małpom.

— Eric T. Bell, *The Development of Mathematics*

Fizyka jest matematyczna nie dlatego, że tak dużo wiemy o świecie fizycznym, lecz dlatego, że wiemy tak niewiele; jesteśmy w stanie odkryć jedynie jej matematyczne właściwości.

— Bertrand Russell

W KWESTII ROZWOJU intelektualnego *homo sapiens* nie zmienił się zbyt wiele przez ostatnie sto tysięcy lat. Gdybyśmy wzięli dzieci z czasów, gdy Ziemię przemierzały włochate nosorożce i mastodonty, i umieścili je we współczesnej szkole, rozwijałyby się równie dobrze jak typowy szkrab z dwudziestego pierwszego wieku. Ich mózgi poradziłyby sobie z arytmetyką, geometrią i algebrą. A gdyby miały taką chęć,

nic nie stałoby na przeszkodzie, by zgłębiały temat i zdobyły w przyszłości tytuł profesora matematyki w Cambridge lub Harvardzie.

Nasz układ nerwowy wykształcił potencjał wykonywania skomplikowanych obliczeń i rozumienia zagadnień w rodzaju teorii mnogości i geometrii różniczkowej na długo przed tym, nim wykorzystał tę zdolność. To w sumie dość zagadkowe: *po co* mieliśmy ten wrodzony talent do wyższej matematyki w czasach, w których nie przedstawiał on żadnej oczywistej wartości ewolucyjnej? Z drugiej strony nasz gatunek urósł w siłę i przetrwał właśnie dlatego, że miał nad rywalami przewagę w postaci inteligencji oraz umiejętności logicznego myślenia, planowania i zastanawiania się „co by było, gdyby?”. Z braku innych umiejętności ewolucyjnych, takich jak szybkość i siła, nasi przodkowie musieli polegać na swojej przebiegłości i zdolności przewidywania. Logiczne myślenie stało się naszą największą supermocą i z czasem doprowadziło do wykształcenia umiejętności porozumiewania się w zawiły sposób, symbolizowania i nadawania sensu otaczającemu nas światu.

Jak wszystkie zwierzęta potrafimy przeprowadzić sporo skomplikowanych obliczeń w biegu. Zwykły akt złapania piłki (a także uniknięcie drapieżnika lub upolowanie zwierzyny) wymaga błyskawicznego i jednoczesnego rozwiązania wielu równań. Wystarczy spróbować zaprogramować robota do tego samego zadania, aby uświadomić sobie złożoność obliczeń. Największą siłą ludzi okazała się jednak umiejętność przechodzenia od konkretnego do abstraktu, czyli analizowania sytuacji, zadawania pytań, „a co jeśli?”, i planowania.

Pojawienie się rolnictwa zrodziło potrzebę dokładnego śledzenia pór roku, a kielkujący handel i zawiązujące się społeczności oznaczały konieczność przeprowadzania transakcji i zapisywania rachunków. Oba te praktyczne powody — kalendarz i transakcje biznesowe — wymagały opracowania jakiegoś systemu rachowania, czego skutkiem było pojawienie się pierwszej elementarnej matematyki. Rozkwitła ona między innymi na Bliskim Wschodzie. Wykopane przez arche-

ologów sumeryjskie tabliczki handlowe dowodzą, że już 8000 lat przed naszą erą ludność miała do czynienia z jakąś reprezentacją liczb. Wszystko jednak wskazuje na to, że w owym wczesnym okresie ludzie nie postrzegali tej koncepcji jako oddzielnej od liczonych przedmiotów. Mieli na przykład osobne tokeny dla różnych przedmiotów, takich jak owce czy słoje z oliwą. Gdy strony wymieniały większą liczbę tokenów, zapieczętowywano je w glinianej „kopercie” zwanej bullą, którą trzeba było rozbić, aby poznać zawartość. Z czasem na bulli zaczęły pojawiać się symbole oznaczające liczbę zamkniętych w środku tokenów. Te symboliczne reprezentacje ewoluowały w system zapisu liczbowego. Tokenów zaczęto używać do liczenia wszelkiego rodzaju przedmiotów, aż przekształciły się w coś na kształt pierwszych monet. W trakcie tego całego procesu wypracowano odebraną od liczonych przedmiotów koncepcję liczb, w której dajmy na to piątka była piątką niezależnie od tego, czy odnosiła się do pięciu owiec, czy pięciu bochenków chleba.



Egipcjanie dość dobrze znali się na praktycznej matematyce, co wykorzystali w budowie piramidy Chefrena, ukazanej tu wraz ze sfinksem

Powiązanie ówczesnej matematyki z rzeczywistością zdaje się bardzo silne. Liczenie i księgowanie to praktyczne narzędzia rolnika i kupca. Skoro spełniają one swoją funkcję, kogo obchodzi kryjąca się za nimi filozofia? Prosta arytmetyka wydaje się silnie zakorzeniona w „istniejącym” świecie: jedna owca plus jedna owca to dwie owce, dwie owce plus dwie owce to cztery owce. Proste jak budowa cepa. Gdy jednak spojrzymy bliżej, odkrywamy, że doszło do czegoś dość niezwykłego. W zdaniu „jedna owca plus jedna owca” ukrywa się założenie, że owce są identyczne lub że przynajmniej na potrzeby liczenia różnice można zignorować. Tyle że nie ma dwóch identycznych owiec. Dokonaliśmy tym samym abstrahowania cech definiujących owcę — jej „jednostkowości”, różności — i wykorzystaliśmy ten abstrakt do przeprowadzenia innej abstrakcyjnej czynności, którą nazywamy dodawaniem. To wielki krok. W praktyce dodawanie owcy do owcy może oznaczać umieszczenie ich na tej samej łące. Ale również w praktyce owce się od siebie różnią i gdy się nad tym głębiej zastanowić, to, co nazywamy „owcą” — jak każda inna rzecz — nie jest tak naprawdę oderwane od rzeczywistości. Jakby tego było mało, nie możemy zapominać, że to, co uważamy za „istniejące” obiekty (na przykład owce), jest konstruktem naszego umysłu zbudowanym z napływających do niego sygnałów. Nawet jeśli przyznamy owcy jakąś zewnętrzną realność, wiemy z fizyki, że mamy do czynienia z bardzo zawilum i tymczasowym zestawem subatomowych cząstek, które podlegają nieustannym zmianom. Mimo to jakimś sposobem podczas liczenia owiec potrafimy zignorować te obciążające komplikacje lub wręcz nie zdawać sobie z nich sprawy w codziennym życiu.

Ze wszystkich dziedzin matematyka jest najbardziej precyzyjną i trwałą. Pozostałe dziedziny nauki są w najlepszym przypadku przybliżeniem jakiegoś ideału, przez co nieustannie się zmieniają i ewoluują w czasie. Jak zauważył niemiecki matematyk Hermann Hankel: „W większości dziedzin nauki każde pokolenie obala to, co stworzyło

poprzednie, i co jedni zbudowali, drudzy rozbierają. Tylko w matematyce każde pokolenie uzupełnia nowymi elementami starą strukturę”. Z takiego punktu widzenia różnica między matematyką a każdą inną dziedziną nauki jest nieunikniona, gdyż matematyka zaczyna się od przetwarzania najbardziej fundamentalnych i niezmiennych informacji ze zmysłów. Pojawia się idea liczb naturalnych jako sposobu mierzenia ilości oraz dodawanie i odejmowanie jako podstawowe metody łączenia ilości. Jedność, dwójność, trójność i tak dalej są postrzegane jako powszechne cechy zbiorów przedmiotów, niezależnie od tego, z jakimi przedmiotami mamy do czynienia i jakkolwiek różne będą indywidualia w poszczególnych typach obiektów. Dlatego matematyka ma od samych podstaw zapewnioną ową wieczność i niewzruszoność, co stanowi jedną z jej największych zalet.

Matematyka istnieje. Nie ma co do tego wątpliwości. Takie dajmy na to twierdzenie Pitagorasa stanowi element naszej rzeczywistości. Ale *gdzie* ono istnieje, gdy nikt go nie używa lub nie znajduje wyrazu w jakiegokolwiek materialnej formie? I gdzie *istniało* tysiące lat temu, zanim ktokolwiek o nim pomyślał? Platończycy wierzyli, że obiekty matematyczne, takie jak liczby czy kształty geometryczne, i zależności między nimi istnieją niezależnie od nas, od naszych myśli i języka oraz od fizycznego świata. Nie do końca wiadomo, jakiego rodzaju jest ta eteryczna rzeczywistość, ale powszechnie zakłada się, że te obiekty gdzieś „są”. Prawdopodobnie można założyć, że większość matematyków podpisuje się pod tą szkołą myślenia, co jest równoznaczne z przekonaniem, że matematykę raczej się odkrywa, niż wynajduje. Większość też przypuszczalnie nie zaprzęta sobie głowy filozofowaniem i po prostu wykonuje swoje działania, podobnie jak fizycy, którzy przeprowadzają doświadczenia w laboratorium lub rozwiązują problemy teoretycznie i niespecjalnie przejmują się metafizyką. Mimo to ostateczna natura rzeczy — w tym przypadku matematycznych rzeczy — jest interesująca, nawet jeśli nigdy nie uda nam się uzyskać wyczerpującej odpowiedzi. Pruski matematyk i logik

Leopold Kronecker uważał, że tylko liczby całkowite są nam dane: „Bóg stworzył liczby całkowite, cała reszta jest dziełem człowieka”. Angielski astrofizyk Arthur Eddington posunął się jeszcze dalej: „Matematyka nie istnieje, dopóki nie narzucimy jej na rzeczywistość”. Wątpliwości dotyczące tego, czy matematyka jest odkrywana czy wymyślana (lub i odkrywana, i wymyślana, bo wyrasta z synergii umysłu i materii), wciąż nie zostały rozwiane i prawdopodobnie nie da się ich rozwiązać.

Jedno w każdym razie jest pewne: każdy element matematyki o dowiedzonej prawdziwości pozostanie prawdziwy już na zawsze. Nie ma tu miejsca na opinie lub subiektywne zdanie. „Lubię matematykę — twierdził Bertrand Russell — gdyż nie jest ludzka i nie ma zbyt wiele wspólnego z tą planetą i z tym całym przypadkowym wszechświatem”. David Hilbert wyraził podobne zdanie: „Matematyka nie zna ras i podziałów politycznych, dla niej cały świat kultury jest jednym państwem”. Ta bezosobowość i uniwersalność matematyki stanowi jej największą siłę, ale dla wyszkolonego umysłu nie umniejsza to jej estetycznego uroku. „Piękno to pierwszy test: brzydka matematyka na pewno nie zagrzeje miejsca na tym świecie”, jak zauważył angielski matematyk G.H. Hardy. Tę samą myśl, choć nieco inaczej, wyraził fizyk teoretyczny Paul Dirac: „Najwyraźniej jedną z fundamentalnych cech natury jest to, że podstawowe prawa fizyki znajdują wyraz w teorii matematycznej o niezwykłej urokliwości i mocy”.

Druga strona medalu jest jednak taka, że matematyczny wszechświat może wydawać się zimny i sterylny, pozbawiony pasji i uczuć. To z kolei prowadzi do wniosku, że nawet jeśli inteligentne istoty z innych światów będą podlegać tej samej matematyce, niekoniecznie jest ona najlepszym sposobem na wyjaśnienie wielu istotnych dla nas kwestii. „Sporo osób zgadza się co do tego, że matematyka najbardziej nadaje się do komunikacji z obcymi”, stwierdził Seth Shostak,

badacz SETI (*Search for Extraterrestrial Intelligence*¹). Na tej podstawie holenderski matematyk Hans Freudenthal opracował nawet cały język (Lincos). „Ale — podsumował Shostak — moim zdaniem trudno wyrazić matematycznie takie idee, jak miłość czy demokracja”.

Ostatecznym celem naukowców, a przynajmniej fizyków, jest zredukowanie tego, co obserwują w świecie, do matematycznego opisu. Nic nie sprawia większego szczęścia kosmologom, fizykom cząstek i naukowcom z tego typu dziedzin niż zmierzenie i wyrażenie ilościowe jakichś obiektów, a następnie odkrycie zależności między tymi pomiarami. Pomysł, że matematyka stoi u podstaw świata, ma antyczne korzenie i sięga przynajmniej do czasów pitagorejczyków. Galileusz postrzegał świat jako wielką księgę napisaną w języku matematyki, a nieco bliżej współczesności, bo w 1960 roku, Eugene Wigner napisał pracę zatytułowaną *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences* (Niewytłumaczalna efektywność matematyki w naukach przyrodniczych).

Nie widzimy liczb bezpośrednio w otaczającej nas rzeczywistości, więc nie od razu zauważamy, że otacza nas matematyka. Widzimy jednak kształty — bliskie sferze w kształtach planet i gwiazd, krzywe w trajektoriach lotu podrzuconych w górę lub krążących na orbitach obiektów, symetrię w płatkach śniegu itd. — które da się opisać za pomocą relacji między liczbami. Inne opisywalne matematycznie zjawiska to na przykład elektryczność lub pola magnetyczne, obroty galaktyk czy ruchy elektronów w obrębie atomu. Te struktury i opisujące je równania ujmują konkretne zjawiska, lecz zdają się reprezentować głębokie, ponadczasowe prawdy, stojące u podstaw zmiennej złożoności, w której się znajdujemy. Niemiecki fizyk Heinrich Hertz, który pierwszy dowiódł istnienia fal elektromagnetycznych, stwierdził: „Nie sposób oprzeć się wrażeniu, że te matematyczne

¹ SETI — rozbudowany projekt naukowy, którego celem jest nawiązanie kontaktu z pozaziemskimi cywilizacjami — *przyp. tłum.*

formuły istnieją niezależnie od nas i dysponują własną inteligencją, że są mądrzejsze niż my, mądrzejsze nawet od swoich odkrywców i że wydobywamy z nich więcej, niż pierwotnie się w nich znajdowało”.

Niewątpliwie prawdą jest, że fundamenty współczesnej nauki mają matematyczną naturę. Nie oznacza to jednak, że sama rzeczywistość także ma taką naturę. Od czasów Galileusza nauka oddziela subiektywne od obiektywnego, czyli mierzalnego, i skupia się na tym drugim. Dokłada wszelkich starań, by wypełnić wszystko, co ma związek z obserwatorem, i koncentruje wyłącznie na tym, co zdaje się leżeć poza zakłócającym wpływem mózgu i zmysłów. Ta ścieżka niemal gwarantuje, że współczesna nauka będzie matematyczna z natury. Wykluczeniu ulega jednak wszystko, z czym nauka ma problem — przede wszystkim świadomość. Być może któregoś dnia uzyskamy wyczerpujący i spójny model pracy mózgu w kategoriach pamięci, przetwarzania obrazów itd. Ale wyjaśnienie naszych wewnętrznych doświadczeń, przeczuć, że „tak powinno być”, pozostanie — być może na zawsze — poza domeną konwencjonalnej nauki, a tym samym poza matematyką.

Z jednej strony platończycy wierzyli, że matematyka jest łądem, który istnieje i czeka na to, by go eksplorować. Z drugiej są ludzie, według których wymyśliliśmy matematykę, bo była nam potrzebna do realizacji naszych celów. Oba stanowiska mają słabe punkty. Platończycy nie potrafili wyjaśnić, gdzie poza fizycznym światem lub inteligentnym umysłem istnieją zjawiska w rodzaju liczby pi.

Nieplatończycy z kolei nie potrafili zaprzeczyć temu, że na przykład planety krążą wokół Słońca po eliptycznych orbitach niezależnie od tego, czy wykonamy odpowiednie obliczenia. Trzecia szkoła filozofów matematyki zajmuje pośrednie stanowisko i zauważa, że matematyka nie zawsze opisuje świat z taką skutecznością, z jaką powinna. Owszem, równania przydają się do wyznaczania trasy promu kosmicznego na Księżyc lub Marsa, projektowania samolotów czy przewidywania pogody na najbliższe dni. Są one jednak zaledwie przybliżeniem

rzeczywistości, jaką mają opisywać. Co więcej, mają zastosowanie zaledwie do niewielkiego wycinka otaczających nas zdarzeń. Realista powiedziałby, że zachwalając sukcesy matematyki, ignorujemy olbrzymią większość zjawisk, które są bądź zbyt złożone, bądź zbyt słabo zrozumiane, żeby je matematycznie wyrazić, albo z samej natury nie podlegają redukcji do tego typu analizy.

Czy jest możliwe, że wszechświat wcale tak naprawdę nie jest matematyczny? W końcu przestrzeń i znajdujące się w niej obiekty nie demonstrują wprost żadnych matematycznych właściwości. Dokonujemy racjonalizacji i uogólnień w celu stworzenia modeli rzeczywistości i matematyka świetnie się sprawdza w tym procesie. Nie oznacza to jednak, że jest czymkolwiek więcej niż wymyślonym przez nas udogodnieniem. Skoro jednak nie jest obecna w świecie, jak wytłumaczyć to, że byliśmy w stanie ją wymyślić i wykorzystać w takim celu?

Matematyka generalnie dzieli się na dwa rodzaje: czystą i stosowaną. Czysta matematyka to matematyka dla samej matematyki. Natomiast stosowana stara się znaleźć rozwiązanie realnie istniejących problemów. Często jednak osiągnięcia czystej matematyki, które pozornie nie miały związku z niczym namacalnym, okazywały się później zaskakująco przydatne dla naukowców i inżynierów. W 1843 roku irlandzki matematyk William Hamilton opracował koncepcję kwaternionów — czterowymiarowych uogólnień zwykłych liczb bez praktycznego zastosowania w tamtych czasach, które ponad wiek później okazały się przydatnym narzędziem w robotyce, grafice komputerowej i grach. Analizowane przez Johannesa Keplera pytanie o jak najgęstsze upakowanie sfer w przestrzeni trójwymiarowej znalazło zastosowanie do wydajnej transmisji informacji przez zaszumione kanały. Najczystsza dyscyplina matematyczna, teoria liczb, uważana za w większości pozbawioną jakiegokolwiek praktycznego celu, zrodziła przełomowe odkrycia w bezpiecznym szyfrowaniu. A zapoczątkowana przez Bernharda Riemanna nowa geometria wypukłych

powierzchni okazała się idealna w formułowaniu przez Einsteina ogólnej teorii względności — nowej teorii grawitacji — ponad 50 lat później.

W lipcu 1915 roku na uniwersytecie w Getyndze spotkali się jeden z największych naukowców wszechczasów z jednym z największych matematyków tamtego okresu, czyli Albert Einstein z Davidem Hilbertem. Jeszcze tego samego roku w grudniu obaj niemal równocześnie opublikowali równania opisujące grawitacyjną część ogólnej teorii Einsteina. Podczas gdy dla Einsteina celem były same równania, Hilbert liczył, że otworzą drogę do jeszcze ogólniejszego systemu. Jego pasją, siłą napędową większości jego prac, były poszukiwania fundamentalnych zasad (aksjomatów), stojących u podstaw całej matematyki. Pragnął między innymi ustalić minimalny zestaw aksjomatów, z których dałoby się wydedukować nie tylko równania ogólnej teorii Einsteina, lecz każdej innej teorii fizycznej. Kurt Gödel swoją teorią niezupełności podważył wiarę w to, że matematyka może odpowiedzieć na wszystkie pytania. Nadal jednak nie wiemy, w jakim stopniu świat, w którym żyjemy, jest w istocie matematyczny lub czy tylko sprawia wrażenie matematycznego.

Wiele obszarów matematyki być może nigdy nie znajdzie innego zastosowania prócz ułatwiania kolejnych czystych odkryć. Z drugiej strony, na ile jesteśmy w stanie to stwierdzić, może być tak, że spora część czystej matematyki na różne nieoczekiwane sposoby wynika z fizycznego świata — tego lub innych, będących częścią opisywanego przez kosmologów wieloświata o niezgłębionej skali. Być może wszystko, co jest matematycznie prawdziwe i dowiedzione, w jakiś sposób w pewnym miejscu i czasie znajduje swój wyraz w rzeczywistości, w jakiej jesteśmy osadzeni. Na razie jednak pozostaje nam skupić się na innym zajęciu, którym jest dziwna i wspaniała podróż ludzkiego umysłu, mająca na celu dalsze eksplorowanie rubieży liczb, przestrzeni i umysłu.

W kolejnych rozdziałach przyjrzymy się bliżej tematowi, który jest zarówno dziwny, jak i zdumiewający, lecz mimo to zachowuje bardzo wyraźne powiązania ze znanym nam światem. Owszem, matematyka może czasem wydawać się ezoteryczna, wymyślona czy wręcz bezcelowa, jakby była dziwną i zawiłą grą wyobraźni. U samych podstaw jest ona jednak sztuką praktyczną, zakorzenioną w handlu, rolnictwie i architekturze. I chociaż rozwinęła się w stopniu, jakiego nasi przodkowie nie przewidywali, nadal nie straciła owych powiązań z codziennym życiem.

PROGRAM PARTNERSKI

— GRUPY HELION —



1. ZAREJESTRUJ SIĘ
2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW w działający bankomat!

Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA
Helion 

MATEMATYKA: POZNAJ GRANICE NIESKOŃCZONEGO!

Królowa nauk często wzbudza lęk i niechęć. Zrozumienie podstaw matematyki wymaga wysiłku. Równocześnie dostrzegamy jej obecność wszędzie — w prawidłach fizyki, w świecie istot żywych, a nawet w sztuce: to, co odbieramy jako piękno i harmonię, jest oparte na solidnych fundamentach matematycznych! Bez trudu można się przekonać, że umiejętność myślenia matematycznego przydaje się każdego dnia. Przy tym matematyka pozostaje nauką, która wciąż kryje tajemnice. Kto bada jej zawłości związane z liczbami pierwszymi, wielkimi liczbami, równaniami różniczkowymi czy geometrią, może natrafić na obszary, które ciągle czekają na swoich odkrywców.

Ta książka opiera się na wyjątkowej koncepcji — jest wspólnym dziełem nauczyciela zafascynowanego astronomią, fizyką, filozofią i muzyką oraz młodego geniusza matematycznego o wybitnym umyśle. Nie brakuje tu trudnych zagadnień, jednak każde zostało przystępnie wyjaśnione. Niektóre z poruszonych tematów są powiązane z technologią i nauką, inne można określić jako wyprawę w nieznanne obszary matematyki i... umysłu człowieka. Publikacja pozwala spojrzeć na królową nauk z niecodziennej perspektywy. Ułatwia zrozumienie nieoczywistych zasad rządzących tą dziedziną, ale przede wszystkim dostrzeżenie jej ścisłych związków z otaczającą rzeczywistością i ideami drzemącymi w ludzkich umysłach.

DZIĘKI TEJ KSIĄŻCE:

- przekonasz się, że matematyka jest ściśle spleciona ze światem rzeczywistym
- zrozumiesz zawłości prawdopodobieństwa, szans i niemożliwości
- zafascynujesz się maszyną Turinga, szachami i liczbami pierwszymi
- zauważysz zadziwiające związki matematyki z... muzyką
- dowiesz się, jak poszukiwać dowodu na istnienie Boga

DR DAVID DARLING jest astronomem, muzykiem i autorem wielu książek popularnonaukowych, wydał też album muzyczny. Jego książki są cenione za przystępny i angażujący sposób przekazywania wiedzy. Obecnie wraz z rodziną mieszka w Dundee w Szkocji.

AGNIJO BANERJEE pochodzi z Indii, jednak od dawna mieszka w Szkocji. Jest matematycznym geniuszem i uczniem Darlinga. W wieku trzynastu lat osiągnął najwyższy możliwy wynik w teście IQ Mensy. Uzyskiwał doskonałe wyniki na Międzynarodowej Olimpiadzie Matematycznej. Obecnie studiuje w Trinity College w Cambridge.

Helion ul. Kościuszki 1c 44-100 Gliwice tel.: 32 230 98 63 helion@helion.pl	<i>Sprawdź nasze szkolenia!</i> SZKOLENIA  AKADEMIA IT & BUSINESS WWW.SZKOLENIA.HELION.PL	KOD KORZYŚCI Sięgnij po więcej! ▶  ISBN 978-83-283-5687-0  9 788328 356870
INFORMATYKA W NAJLEPSZYM WYDANIU		Cena: 39,00 zł